L'HYPOTHÉTIQUE INFLUENCE DE NICOLAS DE CUES SUR GEORG CANTOR DANS LA QUESTION DE L'INFINITÉ MATHÉMATIQUE

Von Jocelyne Sfez, Paris

Georg Cantor est généralement connu pour avoir produit, dans la deuxième moitié du XIX^e^ siècle, la première théorie des ensembles qui sert de fondement à l'édifice actuel des mathématiques et pour avoir théorisé une mathématique de l'infini grâce à l'introduction du concept de nombre transfini, qui permet de quantifier l'infini et de lui appliquer les opérations de l'arithmétique. Par là, il a permis d'éloigner les mathématiques d'une représentation intuitive et ainsi contribué à leur donner une assise formelle.

Comment, dès lors, oser penser une quelconque filiation entre Cues et Cantor alors que plus de quatre siècles les sépare? La place de Cues est contestée et contestable dans l'histoire des mathématiques. Celle de Cantor est incontestable. Sa théorie des ensembles vient ouvrir un champ nouveau de recherches mathématiques et logiques, et donne lieu à une crise sans précédent des fondements de la mathématique, qui conduit à une recherche formaliste qui occupera une bonne partie du XX^e^ siècle mathématique,[1] et dont nous sommes encore très certainement les héritiers. Entre l'émergence d'un formalisme de plus en plus rigoureux et les apparents bricolages cusains, quel pouvait bien être le rapport?

Or, si l'on considère l'évolution de la pensée de l'infini au cours de l'histoire de la pensée, on s'aperçoit assez vite que Cues et Cantor se trouvent constituer deux moments essentiels de transformation du concept. Ces deux moments sont-ils logiquement indépendants l'un de l'autre ou au contraire intimement liés? Pour pouvoir répondre à cette question, il convient de ressaisir rapidement le nœud de problèmes que constitue la pensée de l'infini et d'y resituer initialement Cues et Cantor: l'infini existe-t-il réellement? Si oui, y a-t-il un ou plusieurs infinis? S'il y en a plusieurs, comment les distinguer et les comparer? Un infini, par exemple, peut-il être plus grand qu'un autre infini? Et qu'est-ce que cela

---

[1] C'est, selon les dires de Hilbert lui-même, le »paradis cantorien« qui le conduira à rédiger son programme.

veut dire? Or, accepter un infini en acte, c'est-à-dire qui existe réellement, pose problème. Cela exige que l'on remette en cause l'axiome euclidien qu'une totalité est nécessairement plus grande que ses parties. Pour prendre un exemple simple, si on considère la suite des entiers positifs et celle des nombres impairs, on remarque à la fois que le deuxième ensemble est une partie du premier et que l'on peut associer terme à terme, de manière univoque et réciproque, chaque élément d'un ensemble à un élément de l'autre ensemble (par exemple 1 à 1, 2 à 3, 3 à 5, etc.), et donc que les deux ensembles ont la même »taille«. Le tout n'est donc pas plus grand qu'une au moins de ses parties. C'est pourquoi l'on a longtemps pensé que l'infini en acte n'existait pas et accepté avec Aristote[2] que si le mathématicien a besoin d'envisager des grandeurs plus grandes ou plus petites que toute grandeur donnée, il n'a nul besoin de considérer des totalités infinies en acte, déterminées et non limitées. Seule était ainsi admise l'existence d'un infini potentiel, au sens d'une possibilité idéale jamais achevée.

Cependant, l'idée de l'infini comme *apeiron*, ou négation du fini, sans réelle existence, pose aussi problème: sur le plan théologique, sur le plan cosmologique, sur le plan mathématique. Comment ne pas attribuer l'infinité à un dieu tout parfait? Le Moyen-Âge chrétien introduisit et défendit l'idée d'un infini positif, qualitatif, en acte: l'infini divin, en opposition avec l'infini indéterminé aristotélicien. Comment limiter l'extension de l'univers? L'œuvre de Cues fait tout spécialement voie à *l'infinité finie* ou *contracte* de l'univers, qu'on rabat trop souvent et trop vite sur l'indéfinité de l'univers postulée par Descartes.[3] Comment parler d'une

---

[2] *Physique* III; *Métaphysique* XI, 10; sur le concept d'infini chez Aristote dans la pensée mathématique, voir les travaux de M. Caveing, en particulier: *Quelques remarques sur le traitement du continu dans les Éléments d'Euclide et la Physique d'Aristote*, in: Penser les mathématiques (R. Apery et al. eds.) (Paris 1982) 145–166.

[3] Lettre à Chanut du 6 juin 1647: »Le cardinal de Cusa & plusieurs autres Docteurs ont supposé le monde infiny, sans qu'ils ayent jamais esté repris de l'Église pour ce sujet; au contraire, on croit que c'est honorer Dieu, que de faire concevoir ses œuvres fort grandes, et ma conception est moins difficile à recevoir que la leur; pour ce que je ne dis pas que le monde soit infiny, mais indéfiny seulement.« (R. Descartes, *Œuvres. Correspondances.* Tom. V [Adam & Tannery eds.] [Paris 1974] 51) Idem, sans référence à Cues, in: *Principia*, I, 26 (Descartes, *Œuvres.* Tom. VIII–1, 15). Cf. aussi: H. Karsterns, *Problems of the Infinite: Cusanus and Descartes*, in: Nicholas of Cusa (L. Dupré ed.), American Catholic Philosophical Quarterly LXIV (1990) 89–110, 96.

entité (un nombre naturel, par exemple) qui tende vers l'infini si celui-ci n'existe pas? C'est sur la base de cette impossibilité que s'est enfin réfléchie au XIXe siècle l'introduction de l'infini actuel en mathématique, d'abord avec Bernard Bolzano[4] (1781–1848) qui considéra le premier que ce qui apparaît comme paradoxal, notamment que la partie soit aussi grande que le tout, doit être considéré comme le propre de l'infini, puis avec Georg Cantor (1845–1918) qui introduisit l'idée de nombres infiniment grands et développa sur cette base une nouvelle arithmétique:

»Es gibt nach dem Endlichen ein Transfinitum [. . .] d. i. eine unbegrenzte Stufenleiter von bestimmten Modis, die ihrer Natur nach nicht endlich, sondern unendlich sind, welche aber ebenso wie das Endliche durch bestimmte, wohldefinierte und voneinander unterscheidbare Zahlen determiniert werden können.«[5]

Or, il n'est pas inutile de remarquer que Bolzano n'était pas seulement mathématicien, mais aussi philosophe et théologien, et que, de même, Cantor fut toute sa vie extrêmement religieux et très informé de théologie. En effet, comme le remarque Sebestik, un spécialiste de Bolzano,

»La notion d'infini actuel ne saurait se former qu'à l'intérieur d'une philosophie de l'acte créateur, philosophie d'inspiration judéo-chrétienne qui, à l'idée grecque d'une constitution temporelle des êtres et des objets par transformations successives, oppose le pouvoir instantané de Dieu opérant par le verbe.«[6]

Se développe donc l'idée d'une perfection de l'infini en soi. Sebestik poursuit:

»Le mathématicien lorsqu'il posera par une simple définition *et en vertu du principe de compréhension une totalité achevée d'une infinité d'objets réalisera à sa manière ce pouvoir créateur du discours.*«

C'est nous qui soulignons: car c'est exactement en ce point de compréhension de l'acte mathématique, comme en miroir de l'acte créateur divin, et du statut des objets mathématiques qui en résulte, que pourrait se trouver au moins une coïncidence entre Cantor et Cues.

Par ailleurs, la récurrence avec laquelle Cantor est cité dans la littérature secondaire concernant Cues[7] rendait inévitable d'examiner l'œuvre de Cantor pour en établir le rapport avec celle du Cusain.

---

4 B. Bolzano, *Die Paradoxien des Unendlichen* (Leipzig 1851).

5 G. Cantor, *Gesammmelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts* (E. Zermelo ed.) (Berlin 1932) 176.

6 J. Sebestik, *Logique et mathématique chez Bernard Bolzano* (Paris 1992) 436.

7 Entre autres: H. Grell, *Mathematischer Symbolismus und Unendlichkeitsdenken bei Nikolaus von Kues*, in: Nikolaus von Kues. Deutsche Akademie der Wissenschaften, Vorträge

1. Les occurrences du nom de Cues dans l'œuvre de Cantor

Sous réserve de complétude, en particulier concernant l'œuvre posthume et les correspondances privées, disséminées et perdues peu après la mort de Cantor, on ne trouve que deux occurrences du nom de Cues dans les écrits du mathématicien: dans l'œuvre mathématique et philosophique, publiée par Cantor lui-même, dans les *Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre* (1883)[8] et dans sa correspondance privée en date du 26. 3. 1887, avec Aloys von Schmid, professeur d'apologétique et de dogmatique à l'université de Munich.[9] C'est peu. Pourtant, ces deux occurrences ne sont pas quelconques.

1. 1. Dans les »Grundlagen einer allgemeinen Manngifaltigkeitslehre« (1883)

Entre 1879 et 1884, Cantor publie une série de six articles qui vont bien au-delà de ce qu'elle annonce immédiatement et constituent en réalité le premier exposé systématique de la théorie, abstraite et appliquée, des ensembles. Elle présente notamment la théorie de l'équivalence et de la puissance et introduit les concepts de bon ordre et de nombre ordinal (*Ordnungszahl*). Elle dresse aussi un tableau exhaustif de la théorie cantorienne des nombres irrationnels. Les quatre premiers articles établissent des résultats strictement mathématiques.

Dans le deuxième article, publié en 1880, Cantor fait un effort particulier de formalisation et définit la notion d'équivalence d'ensembles, d'égalité de puissances et de classes. Il introduit aussi plusieurs infinis

und Schriften 97 (1965) 32–41, 35–36. H. Grell y renvoie aussi à H. Weyl. M.-M. Oberrauch, *Mathematische »Konstruktion« und philosophische »Darstellung« im Denken des Nikolaus von Kues*, in: Verum et factum, Festschrift für S. Otto (1993) 373–381, p. 377. Eadem, *Aspekte der Operationalität. Untersuchungen zur Struktur des Cusanischen Denkens* (Frankfurt a. M. 1993) 90–95. M.-L. Heuser-Kessler, *Georg Cantor's transfinite Zahlen und Giordano Brunos Unendlichkeitsidee*, in: Selbstorganisation 31 (1991) 221–244. Eadem, *Wissenschaft und Metaphysik, Überlegungen zu einer allgemeinen Selbstorganisationstheorie*, in: Selbstorganisation 29 (1989) 39–66. Eadem, *Die Produktivität der Natur, Schellings Naturphilosophie und das neue Paradigma der Selbstorganisation in den Naturwissenschaften* (Berlin 1986). M. de Certeau, *The Gaze Nicholas of Cusa*, in: Diacritics 17–3 (1987) 2–38, 10.

8 Cantor, *Gesammelte Abhandlungen* (cf. n. 5).

9 G. Cantor, *Briefe* (H. Meschkowski, W. Nilson eds.) (Berlin 1991) 282–285.

sous la notation symbolique de $\infty + 1, \ldots, 2\,\infty$, construits à partir de dérivations successives d'ensembles. Même s'il utilise alors encore le symbole ∞ de l'infini potentiel, il s'agit là de la première introduction formalisée des nombres transfinis avant qu'ils ne soient nommés comme tels, alors même que l'on opère déjà dessus.

La correspondance avec Dedekind de septembre 1882 montre que la direction de recherche prise jusque là par Cantor pour définir la puissance du continu (l'exploration topologique du continu par la dérivation des ensembles de points) conduit à un échec. L'exaspération de cet échec, sensible dans les correspondances de Cantor, le conduit à la publication d'un cinquième mémoire seul. Celui-ci est si important pour Cantor qu'il s'arrange avec Klein pour le publier chez Teubner dans une monographie séparée sous le titre de *Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre*.

Ce cinquième article a un caractère très synthétique par rapport aux précédents. Il annonce une grande avancée dans la théorie des ensembles et le franchissement d'une frontière au-delà du concept de »*reale ganze Zahl*«, et au-delà de ce qui a été connu (§ 1–1).

Avec le sixième article, qui revient à des considérations strictement mathématiques, ce cinquième article constitue une formulation précise de la théorie des ensembles transfinis: y sont notamment élaborés les concepts fondamentaux de la théorie cantorienne des ensembles et en particulier les concepts majeurs de nombre transfini, de puissance (puis de nombre cardinal), de numéral (puis de nombre ordinal). Or, c'est dans ce texte que Cues est cité à charge contre Aristote, dont Cantor s'applique dans les *Grundlagen* à saper la théorie de l'infini (*Physique* III). Cette théorie aristotélicienne est en effet à l'origine de l'interdit épistémologique d'un infini en acte: »*infinitum actu non datur*« transmet ainsi le Moyen-Âge chrétien, pour qui il existe un unique infini en acte, l'infini absolu, Dieu; Gauss écrit encore en 1831:

> »Ich protestire gegen den Gebrauch einer unendlichen Grösse als einer Vollendeten, welcher in der Mathematik *niemals* erlaubt ist. Das Unendliche ist nur eine *façon de parler*, indem man eigentlich von Grenzen spricht . . .«[10]

---

[10] Lettre du 12 juillet 1831 de Gauss à Heinrich Schumacher, cité par Cantor dans sa lettre à Lipschitz du 19 novembre 1883. In: Cantor, *Briefe* (cf. n. 9) 148. U. Felgner me faisait remarquer lors du colloque que la citation de Cantor n'était pas juste car Gauss, précisément dans cette lettre, différenciait entre géométrie euclidienne et géométrie non-euclidienne. C'est exact: Gauss écrit encore: »in der Euklidischen Geo-

C'est donc à la condition expresse de remettre en cause cet interdit, tant épistémologique que métaphysique, que Cantor peut espérer voir admise sa production mathématique d'une nouvelle classe de nombres: les nombres transfinis ou infinis actuels. Cantor, y posant le problème de l'infini mathématique et interrogeant l'essence de la grandeur numérique, va donc s'efforcer de réfuter systématiquement les objections communément formulées contre toute interprétation absolutiste de l'infini et traiter des conséquences tant philosophiques que mathématiques de la théorie des ensembles transfinis. C'est précisément dans ce texte, qui comporte toute la philosophie mathématique de Cantor et qui constitue le moment même de son geste de transgression par rapport à toute la tradition savante,[11] au début de l'examen des thèses anti-infinistes exposées au § 5, au § 4, qu'est cité Cues dans une note de bas de page.

1. 2. Dans la lettre à Schmid du 26. 3. 1887

La lettre à Schmid s'inscrit également dans la discussion des textes cantoriens sur l'infini actuel. Elle fait suite à une lettre du professeur d'apologétique et de dogmatique de Munich en date du 25 février 1887 et ouvre une correspondance qui durera jusqu'en août 1887, à propos du texte de Cantor paru en 1886 dans *Natur und Offenbarung*, et reprenant d'une part le texte *Über die verschiedenen Standpunkte in Bezug auf das aktuale Unendliche* et d'autre part les lettres à Gutberlet et au cardinal Franzelin, republiées ensuite dans les *Mitteilungen zur Lehre vom Transfiniten* en 1888. Schmid souhaite visiblement des éclaircissements à propos de ces textes, il formule des objections quant à la notion d'infini actuel, telle que Cantor la développe, en particulier dans son application du transfini au monde créé, l'*infinitum actu in natura creata*. Dans sa réponse, Cantor revient sur les arguments thomistes contre le transfini en leur opposant son principe

metrie gibt es nichts absolut Grosses, wohl aber in der Nicht-Euklidischen, dies ist gerade ihr wesentliches Vorhaben«. Cependant, Gauss est extrêmement prudent: il parle de métaphore, de »Bildersprache des Unendlichen« et écrit: »Hierin ist aber nichts Widersprechendes, wenn der endliche Mensch sich nicht vermisst, etwas Unendliches als etwas gegebenes und von ihm mit seiner gewohnten Anschauung zu Umspannendes betrachten zu wollen.« C. F. Gauss, *Werke*. Bd. 5. Briefwechsel mit H. C. Schumacher. Teil 1 (Hildesheim 1975) 268–271.

11 N. Charraud, *Infini et inconscient.* Essai sur Georg Cantor (Paris 1994) 196sqq.

d'individuation, d'intention et d'ordination des nombres et ensembles actuellement infinis.[12] Il prend ensuite soin de distinguer entre les nombres transfinis et les infinitésimaux, et pointe comme intéressante la tentative de Fontenelle dans *Les Éléments de la Géométrie de l'infini* de 1727 d'introduire des nombres infinis actuels. Enfin, il reprend pour clôre sa lettre, marquant son accord sur ce point avec Aloys von Schmid, des citations de Cues, apparemment initialement produites par le professeur d'apologétique et de dogmatique. Nous n'avons malheureusement pas la lettre de Schmid pour vérifier. Ces citations de Cues sont les suivantes:

> »Nic. v. Cusa [sagt], daß »in Gott Alles Gott ist« wie auch, daß »die Erkenntniss Gottes objektiver Seits das Incommensurable nicht als commensurabel, das Irrationale nicht als rational zu erkennen vermag, weil die göttliche Allerkenntnis, wie die göttliche Allmacht nicht auf Unmögliches gehen kann.«[13]

La première citation pourrait être issue de l'*Apologie de la docte ignorance* où nous l'avons trouvée en toutes lettres; nous n'avons en revanche pas réussi à repérer dans l'œuvre cusaine, ni dans l'édition scientifique d'Heidelberg, ni dans les éditions historiques de Bâle et de Strasbourg, la provenance de la seconde citation, malgré l'évidence de son propos cusain.

2. Les sources de Cantor

Le nom de Cues apparaît donc précisément dans des textes cantoriens portant sur la discussion de l'existence de l'infini actuel en mathématique et dans l'univers créé. Reste que la rareté de ces occurrences, et le peu d'explicitation de la part de Cantor lui-même sur la nature de son accord avec Cues et sur les références au texte cusain conduisent à s'interroger sur la réelle signification pour lui de cette référence. Dans la lettre à Schmid, il n'est pas fait mention des noms des textes cusains d'où proviennent les citations, et il semble bien que Cantor se contente de s'accorder avec Schmid sur des citations faites par ce dernier. Dans le texte des *Grundlagen*, Cantor renvoie à l'article de Zimmermann[14] faisant de

[12] »Ein solches Princip liegt in meinen actual unendl. Mächtigkeiten (Kardinalzahlen), Ordnungszahlen und Ordnungstypen«. Cantor, *Briefe* (cf. n. 9) 282–283.

[13] Cantor, *Briefe* (n. 9) 284.

[14] R. Zimmermann, *Der Cardinal Nicolaus von Cusa als Vorgänger Leibnizens* (Sitzungsberichte d. Wiener Akademie d. Wiss.) (Wien 1852).

Cues un précurseur de Leibniz dans le calcul infinitésimal, et à la filiation Cues-Bruno. Serait-ce à dire que Cantor n'aurait qu'une connaissance très superficielle du texte cusain, et qu'il le citerait de manière à trouver une caution supplémentaire à son audacieuse élaboration? Si l'on veut le savoir, il est nécessaire d'examiner, d'un point de vue d'histoire des idées, comment et quand Cantor a-t-il eu accès à la philosophie cusaine, et si cette transmission a été directe ou indirecte. Cette question revêt une double importance:

1. Quant à l'élaboration cantorienne: la question de la chronologie de l'accès aux sources est d'autant plus déterminante pour la compréhension de la genèse de l'œuvre mathématique cantorienne que, déçu de la réception très critique de ses théories dans le milieu mathématique allemand, Cantor va se détourner, au moins publiquement, des mathématiques pour rentrer dans une légitimation philosophique et théologique après coup de ses conceptions mathématiques. La référence cusaine appartient-elle déjà à ce mouvement, ou le précède-t-elle, et si oui, constitue-t-elle dès lors une réelle influence dans l'élaboration des concepts cantoriens de nombre transfini et de cardinal, ou une simple convergence?
2. Quant à la réception, en particulier mathématique, de l'œuvre cusaine et à sa fécondité, plus de quatre siècles après son élaboration, et ce en dépit de conceptions réductrices, linéaires et postivistes, en histoire des sciences. Ces considérations pourraient compléter, ou au moins confirmer, les travaux de Fritz Nagel, *Nicolaus Cusanus und die Entstehung der exakten Wissenschaften*[15] qui indiquait une redécouverte de Nicolas de Cues au XIX^{e} siècle sur la base de la constitution de l'histoire des sciences, plus précisément l'histoire des mathématiques, au cours de ce siècle.

2. 1. Les historiens des mathématiques et les mathématiciens

S'il n'est pas sûr qu'il y ait eu un accès direct au texte cusain, bien que ce soit fortement probable du fait de la personnalité et du parcours intellectuel de Cantor, il est en revanche attesté par le texte cantorien lui-même que Cantor a eu un accès à la littérature secondaire de l'époque sur

[15] F. Nagel, *Nicolaus Cusanus und die Entstehung der exakten Wissenschaften* (Münster 1984).

Nicolas de Cues, et en particulier toute celle concernant l'impact de Nicolas de Cues dans l'histoire des mathématiques. L'occurrence du nom de Nicolas de Cues dans les *Grundlagen* est accompagnée de la référence à R. Zimmermann. Si l'on considère un instant l'annexe[16] que Fritz Nagel publie à propos de la place de Nicolas de Cues au XIX^e siècle, il apparaît avec netteté que Cantor fréquentait bon nombre de mathématiciens et d'historiens des mathématiques, qui ont jugé de l'intérêt de l'œuvre cusaine pour les mathématiques.

En effet, si l'on considère les maîtres de mathématiques influents sur Cantor, on doit compter, outre Kronecker, Hankel, Weierstraß et Heine. Or Hankel a exercé une influence directe sur l'œuvre de Cantor: c'est la recension en 1871 de l'*Universitätsprogramm* de Hankel, prononcé en 1870, qui amène Cantor, selon ses propres dires, à étendre les résultats de son théorème d'unicité au-delà des ensembles de points exceptionnels en nombre fini, à des ensembles de points en nombre infini.[17] Or dans un texte resté inachevé et publié en 1874, soit seulement après sa mort en 1872, *Zur Geschichte der Mathematik*,[18] Hankel tient un jugement totalement négatif sur Cues, apparemment sur la base de l'ouvrage de Kästner, datant du siècle précédent: la réputation cusaine serait sous-tendue par sa seule réputation – indue, surfaite – de logicien. Même si nous ne trouvons nulle part d'annotation à ce sujet, il est peu probable que Cantor ait ignoré ce texte de son maître, lui, qui d'un côté lui reconnaît sa dette, et qui, d'un autre côté, est tant féru d'histoire des sciences.

Par ailleurs, d'après Nagel,[19] les travaux de Vivanti (1894), *Il concetto d'infinitesimo*, et de Simon (1912), *Cusanus als Mathematiker*, n'auraient fait que reprendre le travail de Moritz Cantor (1892) sur lequel ils s'appuient. Un tel jugement mérite peut-être d'être réexaminé si l'on fait attention au fait que Vivanti et Simon sont en contact avec Georg Cantor depuis de très nombreuses années lorsqu'ils publient leurs travaux historiques sur Cues. Certes, ils font tout deux référence à Moritz Cantor, mais:

– G. Vivanti fut en correspondance avec G. Cantor de 1885 à 1895, et contribua à faire connaître la théorie cantorienne des ensembles en

[16] Nagel, *Cusanus* (cf. n. 15) 166–183.

[17] Cf. par exemple la lettre à Dedekind du 10. 01. 1882. Cantor, *Briefe* (cf. n. 9) 56–58.

[18] H. Hankel, *Zur Geschichte der Mathematik* (Leipzig 1874) 352.

[19] Nagel, *Cusanus* (cf. n. 15) 171.

Italie. Dans les lettres examinées,[20] il ne fut pas question de Cues. Il reste cependant que c'est à propos du rapport entre les infinitésimaux et les transfinis que s'organise leur discussion.

– M. Simon fut un ami privé de G. Cantor depuis le temps de leurs études communes à Berlin (1863–1866)[21] et bien avant d'écrire sa monographie sur Cues, il fit la recension des *Grundlagen* de Cantor. Ceci est d'autant plus intéressant que, s'il fut très élogieux et considéra les *Grundlagen* comme constituant une contribution majeure à la philosophie et à la fondation de l'arithmétique, il se montra très précautionneux sur la partie philosophique, en particulier sur les parties 5 et 6, c'est-à-dire celles qui commencent par la référence à Cues. Nagel fait remarquer que le travail de Simon est important car il élargit l'étude des procès infinitésimaux à la *Docte ignorance*, aux *Conjectures*, au *Béryl*, au *Profane*, et au *Complément théologique,* mais que Simon pêche par une interprétation extrêmement moderne et – sous-entendue – anachronique des mathématiques cusaines. Il n'est pas aisé de savoir qui a influencé qui, mais la proximité de Simon et de Cantor depuis le temps de leurs études suffit à penser une interaction, et aussi à comprendre que Simon affirme que Cues détenait déjà le concept de complexe[22] et de nombre cardinal transfini.[23]

[20] Cantor, *Briefe* (cf. n. 9).

[21] J. W. Dauben, *Georg Cantor, His mathematics and Philosophy of the Infinite* (Princeton 1990 [1979]) 327. A. Fraenckel, *Georg Cantor*, in: Cantor, Gesammelte Abhandlungen (cf. n. 5), 452–483, 453.

[22] Dans les *Grundlagen*, Cantor fait allusion à l'existence d'un infini en acte en rapport avec le plan des complexes, introduit bien avant ses nombres transfinis et accepté par la communauté des mathématiciens: »Beispielsweise bei der Untersuchung einer analytischen Funktion einer komplexen veränderlichen Größe ist es notwendig und allgemein üblich geworden, sich in der die komplexe Variable repräsentierenden Ebene einen einzigen im Unendlichen liegenden, d. h. unendlich entfernten aber bestimmten Punkt zu denken und das Verhalten der Funktion in der Nähe dieses Punktes ebenso zu prüfen wie dasjenige in der Nähe irgend eines anderen Pinktes; dabei zeigt es sich, daß das Verhalten der Funktion in der Nähe des unendlich fernen Punktes genau dieselben Vorkommnisse darbietet wie an jedem andern, im Endlichen gelegenen Punkte, so daß hieraus die volle Berechtigung dafür wird, das Unendliche in diesem Falle in einen ganz bestimmten Punkt verlegt zu denken.« Cantor, *Gesammelte Abhandlungen* (cf. n. 5) 165–166. Pour le rapport entre Cues, Cantor et Riemann, cf. Heuser-Kessler, *Wissenschaft und Metaphysik* (cf. n. 7), qui suggère une transmission *via* Schelling de la notion de développement et de récapitulation.

[23] M. Simon, *Cusanus als Mathematiker*, in: Heinrich Weber Festschrift (Leipzig 1912) 298–337.

Deux noms bien connus des cusains apparaissent encore dans la correspondance de Cantor. L'ouvrage d'Hermann Cohen, *Das Princip der Infinitesimalmethode und seine Geschichte*, paraît en 1883, soit la même année que les *Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre*. Cantor n'ignorait pas ce travail de Cohen qui reconnaît à Cues d'avoir compris la signification du concept d'infini et, en l'introduisant dans les mathématiques, d'avoir ouvert la voie à Galilée jusqu'à Leibniz. En effet, Cantor recensa l'écrit de Cohen de manière très polémique dans la *Deutsche Literaturzeitung* 5, en 1884. Il entretiendra plus d'une fois à ce propos Kurd Lasswitz avec lequel il entre en relation épistolaire sur les aspects philosophiques de son travail, essentiellement entre février et mars 1884. Après l'avoir alerté sur sa recension du livre de Cohen, Cantor précise dans une lettre du 9. 3. 1884 à Lasswitz qu'il reproche à Cohen de concevoir les différentielles comme des grandeurs indépendantes. Il s'agit toujours pour Cantor de refuser l'infinité actuelle aux infinitésimaux, qui contrevient à l'axiome d'Archimède, indubitable selon Cantor. Lasswitz publiera par la suite, en 1890, une histoire de l'atomisme[24] où Cues figure en bonne place comme ayant anticipé le criticisme transcendantal, en tant que la légalité connaissable du monde n'est constituée que dans la mesure où la pensée déploie et reconnaît dans le contenu sensible sa propre loi. La stricte contemporanéité des travaux de Cohen et de Cantor, et l'opposition fondamentale de Cantor à l'existence d'un infiniment petit actuel comme à toute forme de kantisme (apriorisme trascendantal), que viendrait appuyer, chez Cohen, la référence cusaine, ne permet pas de penser une quelconque communication entre eux à propos de Cues. Dans les lettres de Cantor à Lasswitz, le nom de Cues n'est pas évoqué. Cependant, la manière dont Lasswitz évoque le rôle de Cues dans l'histoire de l'atomisme n'est pas étrangère à Cantor et aux applications escomptées de sa théorie des ensembles à la compréhension du monde réel. Le § 10 des *Grundlagen* traite précisément de la tradition atomistique depuis l'Antiquité et de ses opposants.[25]

---

[24] K. Lasswitz, *Geschichte der Atomistik* I. (Hamburg-Leipzig 1890) 274–288, surtout 281, Anm. 3.

[25] Mais Cantor s'en tiendra toujours à un programme d'explications concernant le réel, sans jamais concrètement donner la moindre preuve de ses assertions.

Un dernier point nécessite examen: Cantor reconnaît une dette particulière à Bolzano et à son œuvre, *Die Paradoxien des Unendlichen*, dont il développe dans le § 7 des *Grundlagen* les arguments et leurs limites. Mais jamais Bolzano ne cite Cues.

Si nous considérons donc ce rapide tour d'horizon des liens entre Cantor et ses contemporains s'étant intéressés aux mathématiques de Cues, rien ne permet de penser une transmission réelle, si ce n'est que Cantor lui-même a pu influencer certaines conceptions de son ami Simon, voire de Lasswitz. Mais nous n'avons pas pu mettre en évidence, en particulier à partir des lettres dont nous disposons, une quelconque discussion des écrits cusains.

2. 2. Les philosophes

Si nous considérons à présent la possibilité d'une transmission philosophique indirecte, il est là aussi extrêmement risqué d'émettre une hypothèse, car que ce soit dans la correspondance privée comme dans l'œuvre publiée, Cantor n'explicite jamais un tel lien. Dans les *Grundlagen*, après avoir critiqué les arguments aristotéliciens contre l'infini actuel, Cantor aborde au § 5 successivement Locke, Descartes, Spinoza,[26] et Leibniz, dont il précise à la fin du § 4 qu'il connaît les œuvres depuis de longues années. Si l'on omet Locke, il est aujourd'hui établi que Descartes, Spinoza et Leibniz ont connu les textes cusains. Et certains textes de Cues sont effectivement en rapport avec les arguments développés par ces philosophes dans les textes que cite Cantor. Mais si dans les *Principes* I, 26, Descartes différencie l'indéfini de l'infini, reprenant la distinction effectuée dans la lettre à Chanut du 6 juin 1647, si la lettre de Leibniz à Foucher affirme l'infini actuel *in concreto*, pour reprendre la classification cantorienne, ce que ne récuserait pas Cues, Cantor n'effectue aucun rapprochement textuel, mais oppose explicitement la position de Cues, proche de ses conceptions, à celles de tous ces philosophes qu'il considère comme anti-infinitistes. La référence à Pascal n'apparaît que plus tard dans l'œuvre de Cantor, et dans la mesure où elle occupera toujours davantage d'importance, il est peu probable que Cantor en ait

[26] La référence donnée par Cantor de la célèbre lettre de Spinoza à Meyer sur l'infini est curieusement erronée: il ne s'agit pas de la lettre XXIX, mais de la lettre XII.

eu déjà une réelle connaissance et que ce soit par ce biais qu'il ait eu accès aux textes de Cues.

Il est donc bien difficile d'établir une filiation indirecte, hormis celles que Cantor reconnaît explicitement, à savoir l'article de R. Zimmermann sur le rapport entre Cues et Leibniz dans l'invention du calcul infinitésimal, et la reprise des conceptions cusaines par Bruno, à partir d'une référence à un texte contemporain de Brunnhofer, *Giordano Brunos Weltanschauung und Verhängnis*, de 1882.[27]

Cela ne signifie nullement qu'il n'y en a aucune et nous ne saurions suivre Gardiès sur ce point quand il remarque dans son *Pascal, entre Eudoxe et Cantor*, que:

> »[Cantor] met un empressement presque suspect à reconnaître ses prétendues dettes avec référence à l'appui. Car, parmi toutes les indications qu'il nous livre, il est malaisé de distinguer des auteurs qui, comme Bolzano, ont pu l'aider indéniablement à accoucher de sa propre pensée, les devanciers que, dans son énorme curiosité historique, Cantor, secondé par son ami Gutberlet, est allé se trouver après coup, d'abord pour se rassurer lui-même, ensuite pour montrer aux autres qu'il n'était pas seul dans le discernement de sa vérité.«[28]

Or, contrairement à ce qu'indique Gardiès, Cantor ne cite pas toujours ses sources, y compris lorsqu'il s'agit de ses concepts fondamentaux, comme celui de »puissance«, par exemple, qu'il reconnaîtra avoir emprunté au mathématicien Jakob Steiner plusieurs années seulement après sa première utilisation.[29] Ainsi, pour donner un exemple, si la notion

---

[27] L. Brunnhofer, *Giordano Brunos Weltanschauung und Verhängnis* (Leipzig 1882). L'influence de Bruno sur Cantor est étudiée dans les œuvres de M.-L. Heuser-Kessler précédemment citées (cf. n. 7).

[28] J.-P. Gardiès, *Pascal entre Eudoxe et Cantor* (Paris 1984) 109–110.

[29] Le terme de puissance apparaît dès 1878 dans *Ein Beitrag zur Mannigfaltigkeitslehre*. »Den Ausdruck »*Mächtigkeit*« habe ich J. Steiner entlehnt [Vorlesungen über synthetische Geometrie der Kegelschnitte, hrsg. Schröter, § 2, 1867)], der ihn in einem ganz speziellen, immerhin jedoch verwandten Sinne gebraucht, um auszusprechen, daß zwei Gebilde durch *projektivische* Zuordnung so auf einander bezogen sind, daß jedem Element des einen ein und nur ein Element des andern entspricht; bei dem hier gemeinten absoluten Mächtigkeitsbegriff wird zwar an der gegenseitig-eindeutigen Beziehbarkeit festgehalten, dagegen für das Gesetz der Zuordnung keinerlei Beschränkung, namentlich keine Beschränkung in bezug auf Stetigkeit und Unstetigkeit gemacht, so daß zweien Mengen dann, aber auch nur dann *gleiche* Mächtigkeit zugestanden wird, wenn sie nach irgendeinem Gesetze einander gegenseitig-eindeutig zugeordnet werden können; sind die beiden Mengen *wohldefiniert*, so ist es als *intern deter-*

d'ordinalité dérive explicitement de la notion d'ordre et ne pose en ce sens aucun problème de compréhension, la notion de cardinalité, qui viendra progressivement remplacer la notion de puissance, apparaît publiquement pour la première fois dans *Über eine elementare Frage der Mannigfaltigkeitslehre* en 1890–91, sans aucune explicitation sur ce changement de nom, après être apparue dans la correspondance privée de Cantor dès 1884, dans une lettre à Lasswitz du 15 février,[30] puis dans une lettre au cardinal Franzelin du 22. 01. 1886.

D'autre part, Cantor a une réelle formation philosophique, au point qu'il pourra faire cours d'histoire de la philosophie sur Leibniz. Ainsi, un de ses éditeurs et successeurs, Fraenckel[31] peut écrire que non seulement Cantor connaît la littérature secondaire concernant les auteurs de la tradition philosophique d'Aristote à la contemporanéité, y compris pour la scolastique, mais qu'il connaît aussi les textes des auteurs mêmes, et il cite parmi ceux-là Cues.

Si l'on veut s'assurer de la réalité de la communauté de vues avec Cues relevée par Cantor, il convient donc d'étudier plus précisément l'intrication de la philosophie et de la mathématique dans son œuvre, comment elle apparaît, sous quels motifs, et comment elle se développe.

3. L'intrication philosophie / mathématique

On doit d'abord faire un constat: avant la publication des *Grundlagen*, aucune référence philosophique n'apparaît dans l'œuvre de mathématique publiée. Dans la correspondance privée rassemblée par Meschkowski et Nilson, les références philosophiques sont rarissimes. L'intérêt

---

miniert anzusehen, ob sie gleiche Mächtigkeit haben oder nicht, die *aktuelle* Entscheidung darüber gehört aber in den konkreten Fällen oft zu den mühsamsten Aufgaben. So ist es mir erst nach vielen fruchtlosen Versuchen vor acht Jahren mit Hilfe eines Satzes, den ich sowohl in Crelles J. Bd. 77, S. 260, wie auch in Nr. 1 dieser Abhandlung bewiesen habe, gelungen zu zeigen, daß das Linearkontinuum *nicht* gleiche Mächtigkeit mit der natürlichen Zahlenreihe hat.« Cantor, *Gesammelte Abhandlungen* (cf. n. 5) 151.

30 Dans cette lettre à Lasswitz, Cantor reprend une conférence prononcée en septembre 1883.

31 Fraenckel, *Georg Cantor* (cf. n. 21) 477.

initial de Cantor pour les ensembles se situe d'abord dans le traitement de problèmes d'analyse mathématique (1872), tout à fait orthodoxe pour l'époque, et sans connotation religieuse.

Mais, dès la première exposition d'ensemble de sa *Mengenlehre*, dans les années 1880, précisément dans l'article des *Grundlagen*, Cantor insiste sur l'impossibilité fondamentale de séparer l'aspect mathématique et l'aspect philosophico-théologique de l'exposition, qui traduit un étayage conceptuel de l'un sur l'autre. Cantor reconnaît par là-même, à l'encontre des positivistes de son époque, que le soubassement métaphysique des mathématiques peut permettre, voire est ce qui permet le développement de celles-ci. La question de l'infini est pour lui typiquement métaphysique et théologique. Alors qu'il achève de rédiger les *Grundlagen* en octobre 1882, Cantor écrit ainsi à Dedekind le 5 novembre:

> »Gerade seit unserm jüngsten Zusammensein in Harzburg und Eisenach hat es Gott der Allmächtige geschickt, daß ich zu den merckwürdigsten, unerwartetesten Aufschlüssen in der Mannigfaltigkeitslehre und in der Zahlenlehre gelangt bin, oder vielmehr dasjenige gefunden habe, was in mir seit Jahren gegährt hat, wonach ich so lange gesucht habe.«[32]

L'infini s'inscrit donc sur ce fond théologique dans un discours mathématique qui le rend accessible à l'entendement fini de l'être humain. Ainsi, dans la préface de 1882, que cite Hallet,[33] Cantor précise-t-il que les *Grundlagen* ont été écrits avec deux groupes d'esprits lettrés – les philosophes qui ont suivi les développements en mathématiques jusqu'aux temps présents, et les mathématiciens qui sont familiers des plus importantes publications, anciennes et nouvelles, en philosophie. Cantor affirme encore cette nécessité vécue comme intérieure dans le § 1 des *Grundlagen*:

> »Die Abhängigkeit, in welche ich mich von dieser Ausdehnung des Zahlbegriffs versetzt sehe, ist eine so große, daß es mir ohne letztere kaum möglich sein würde, zwanglos den kleinsten Schritt weiter vorwärts in der Mengenlehre auszuführen: möge in diesem Umstande eine Rechtfertigung oder, wenn nötig, eine Entschuldigung dafür gefunden werden, daß ich scheinbar fremdartige Ideen in meine Betrachtungen einführe.«[34]

Or, ce sont les *Grundlagen* qui vont susciter de vives réactions de la part de ses collègues mathématiciens. L'opposition de Kronecker est certes

---

[32] Cantor, *Briefe* (cf. n. 9) 86.
[33] M. Hallet, *Cantorian Set Theory and Limitation of Size* (Oxford 1984) 6–7.
[34] Cantor, *Gesammelte Abhandlungen* (cf. n. 5) 165.

déjà effective au moment où Cantor publie les *Grundlagen*: pour lui, les nombres transfinis déjà introduits par Cantor sans leur nom sont absurdes, il s'agit d'un concept vide, comme le sont les nombres transcendantaux de Lindemann.[35] Kronecker sera plus tard suivi en cela par Poincaré, et entre autres sous l'influence de celui-ci, par Baire, Borel et Lebesgues. Mais l'opposition de Poincaré et des mathématiciens français n'est pas encore réelle au moment de la publication des *Grundlagen*, puisque Poincaré lui-même aurait, avec l'équipe d'Hermite, traduit les *Grundlagen* pour les *Acta mathematica* de Mittag-Leffler.[36] Felix Klein, qui a accepté la publication des *Grundlagen* chez Teubner, émet cependant des réserves quant à l'opportunité des références philosophiques introduites par Cantor. Celui-ci[37] lui répond ce qui est déterminant pour sa production future: les mathématiques et la philosophie ne peuvent pas être séparées l'une de l'autre:

> »Ich kann Ihnen die Versicherung geben, daß dieselbe durch und durch mathematisch ist, wenn auch wenig Formeln darin vorkommen und ich darin vieles zur Sache gehörige Philosophische besprechen mußte. Es ist leider bei mir so in einander verwachsen, daß es mir sehr schwer werden würde, das bloß mathematische in der Arbeit von dem Übrigen zu trennen.«

Klein réalise le vœu de Cantor de publier l'intégralité du texte. Mais, dans une lettre du 11 mars 1883, Mittag-Leffler (1847–1927), fondateur des *Acta Mathematica*, écrit à Cantor que son travail mathématique serait plus apprécié »sans les explications philosophiques et théologiques«.[38] Avec l'accord de Cantor, c'est donc la partie strictement mathématique qui est traduite, au demeurant de manière problématique, et publiée dans les *Acta Mathematica*.

[35] *Journal de Crelle*, 12 juillet 1877.

[36] D'après le témoignage de Mittag-Leffler. In: Acta mathematica 50 (1928) 26.

[37] Lettre à Klein du 7 février 1883. In: Cantor, *Briefe* (cf. n. 9) 113.

[38] »Für die letzte dieser Arbeiten, diejenige, welche jetzt separat erschienen ist, habe ich jedoch nach Berathung mit Hermite und Poincaré Ihnen einen Vorschlag zu machen, von dem ich glaube, daß er in Ihrem sowohl in meinem Interesse liegt. Ihre Arbeit wird viel leichter in der Mathematischen Welt Anerkennung finden, wenn Sie jetzt auch ohne die philosophischen und historischen Auslegungen erscheint. Besonders verstehen die französischen und italienischen Mathematiker gar nichts von Philosophie und diese sind doch diejenigen, welche sonst fur das Mathematische in Ihrer Arbeit das grösste Verständnis haben werden. Ich wage es deshalb, Ihnen vorzuschlagen eine Zusammenstellung des rein mathematischen Theiles Ihrer Arbeit für die Acta zu schreiben.« In: Cantor, *Briefe* (cf. n. 9) 118.

À l'automne 1884, Cantor envoie une demande au ministère pour être déchargé de ses cours de mathématiques et enseigner la philosophie.[39] Durant le premier semestre de 1885, il fait cours sur Leibniz pour confronter ses positions sur l'infini actuel.

Enfin, courant 1884, Cantor propose un article à Mittag-Leffler sur sa théorie des types d'ordres d'ensembles, nouvelle tentative pour trouver encore une solution au problème du continu. Le § 1 des *Principien einer Theorie der Ordnungstypen* précise notamment que:

> »[Cantor] glaub[t], daß Metaphysik und Mathematik von Rechtswegen in einem Tauschverkehr stehen sollten und daß in den Zeiten ihrer entscheidendsten Fortschritte sie eng verbrüdert auftreten.«[40]

Dans une lettre du 9 mars 1885, Mittag-Leffler revient sur l'opportunité de publier l'article de Cantor,[41] ce qui décide celui-ci à retirer tout article des *Acta Mathematica*, et à s'éloigner de la vie mathématique.[42] De fait, jusqu'en 1893–95, il ne publie plus que dans des revues philosophiques.

La considération du contenu des *Grundlagen*, puis de leur réception par le milieu mathématique montre donc assez que l'hypothèse avancée par Dauben[43] et reprise depuis lors, à savoir que l'introduction d'un discours philosophique et théologique dans son œuvre mathématique aurait été

---

39 Fraenckel, *Georg Cantor* (n. 21) 453. Lettre à Mittag-Leffler du 20. 10. 1884. In: Cantor, *Briefe* (cf. n. 9) 208. Lettre de Sonja Kowalewskaja à Mittag-Leffler du 21. 5. 1885, cité par Meschkowski. In: Cantor, *Briefe* (cf. n. 9) 218. »Vermuthlich werde ich in einigen Semestern die mathematischen Vorlesungen hier ganz aufgeben, weil mir der Unterricht in den für das Lehrfach nothwendigen Vorlesungen, wie Differential und Integralrechnung, anal. Geometrie und Mechanik etc. auf die Dauer nicht mehr zusagt; ich werde statt dessen philosophische Vorlesungen halten, was mir bei meinen Interessen nicht schwer fallen soll und worin ich mit grösserem Nutzen für die Studenten glaube wirksam sein zu können; die hier erforderlichen mathematischen Vorlesungen können andere ebenso gut übernehmen als ich. Meine mathematisch-literarische Thätigkeit brauche ich darum nicht aufzugeben.« (Cantor, *Briefe* [n. 9] 210). L'échec est retentissant: après la désertion du dernier étudiant, Cantor s'engage à ne plus enseigner la philosophie.

40 Cité par Meschkowski, in: Cantor, *Briefe* (cf. n. 9) 227.

41 Cantor, *Briefe* (cf. n. 9) 244.

42 Ce texte, dans lequel Cantor propose une généralisation de la notion de nombre ordinal par la notion de type d'ordre (J.-P. Belna, *Cantor* [Paris 2000] 28), a finalement été redécouvert et publié par I. Grattan-Guiness: G. Cantor, *Principien einer Theorie der Ordnungstypen* (dated November 6, 1884), in: *Acta Mathematica* 124 (1970) 65–107.

43 Dauben, *Georg Cantor* (n. 21) 140.

stimulée par une encyclique papale de 1878, est erronée. Certes, il se peut qu'à la suite de cette encyclique, Cantor ait reçu de multiples lettres de théologiens à propos des fondements de sa théorie sur la conception religieuse de l'infini, et qu'il ait répondu à ces théologiens, publiant certaines de ses réponses.[44] Mais l'investissement philosophique ne saurait être considéré comme purement et simplement postérieur à son travail proprement créateur en mathématique, contre les dires mêmes de Cantor dans les *Grundlagen* et dans ses lettres en accompagnant la publication, et ce, avant les propos de Cantor dans sa correspondance avec Hermite le 24 janvier 1894.[45] Ces derniers seuls pourraient être considérés comme une reconstruction d'après coup. De même, si l'on considère la stricte chronologie des faits, il semble difficile de considérer comme Belna[46] qu'à la fois découragé par les réserves de Mittag-Leffler et les échecs répétés de la démonstration de l'hypothèse du continu, Cantor se soit alors tourné, comme par dépit, vers la philosophie, cherchant dans la métaphysique et la théologie un soutien qu'il ne trouvait pas chez les mathématiciens. Bien au contraire, nous avons montré que Cantor précise d'entrée de jeu que sa réflexion mathématique est inextricable de son cheminement philosophique et théologique, et qu'il ne peut donc pas l'exposer indépendamment de celui-ci.

---

[44] Par la suite, Cantor, croyant, a peut-être cherché l'aval du Vatican auprès du Cardinal Franzelin. Il trouvera en effet un appui ponctuel auprès des théologiens, par exemple auprès de Gutberlet, fondateur du journal de la Görres-Gesellschaft, qui y publiera en 1886 une recension élogieuse des *Grundlagen*. Mais ceci est postérieur à l'investissement fortement philosophique des *Grundlagen*.

[45] Cantor, *Briefe* (cf. n. 9) 350. »Car il y a déjà plus de vingt ans (dès le Concile du Vatican) que, dans l'empire de l'Esprit, les mathématiques ne sont plus le seul et encore moins sont elles l'essentiel amour de mon âme. Metaphysik und Theologie haben, ich will es offen bekennen, meine Seele in solchem Grade ergriffen, daß ich verhältnißmäßig wenig Zeit für meine *erste Flamme* übrig habe.«

[46] J.-P. Belna, *La notion de nombre chez Dedekind, Cantor, Frege* (Paris 1996) 99–198.

4. Le statut épistémologique des objets mathématiques

Cette intrication indépassable repose en réalité sur la conception cantorienne des mathématiques elles-mêmes et sur le statut épistémologique qu'elles prennent dans son œuvre. Or, Cantor explicite pour la première fois ce statut dans les *Grundlagen*, qui s'articule sur deux idées-forces:

– la libre création des objets mathématiques par l'esprit humain;
– la double réalité des objets mathématiques.

Or, c'est sur ces deux points que l'on peut considérer que Nicolas de Cues a opéré une véritable révolution silencieuse quelques quatre siècles auparavant, comme l'a bien aperçue et évoquée Martha Oberrauch dans sa thèse.[47]

4. 1. La libre création des objets mathématiques

Le concept de construction de nouveaux systèmes de nombres, de nouveaux domaines d'objets mathématiques et le concept de mathématique comme d'une libre construction de l'esprit humain sont essentiellement étrangers à la mathématique grecque. Les axiomes euclidiens sont ainsi compris comme construits d'après l'expérience intuitive de l'espace de la perception. Ce qui rend par là naturelle l'utilisation de la mathématique euclidienne pour la connaissance du monde. La libre construction de nouvelles géométries avec l'aide d'un système axiomatique non euclidien serait au contraire comprise dans ce contexte comme un jeu de concepts vides, insensé, parce que sans lien avec la réalité.

Il en va tout autrement chez Cues: pour lui, les objets mathématiques sont de libres créations de l'esprit humain, dont la certitude est fondée sur le fait que nous les avons nous-mêmes construits ainsi et non autrement. Ainsi Cues permet-il de penser la possibilité d'un progrès créatif de la mathématique et sa pluralisation, car il offre la possibilité du développement de plusieurs théories concurrentes, comme constructions conjecturales. Les mathématiques sont alors le moyen de la connaissance de Dieu, de soi et du monde sur des bases philosophiques totalement renouvelées.

---

47 Oberrauch, *Aspekte der Operationalität* (cf. n. 7) 90.

Cues fait certes référence à Platon, Pythagore, Augustin, Boèce, Aristote aussi (*De docta ignorantia* I, 11), mais s'en différencie foncièrement, soit parce qu'il n'existe pas pour lui un monde de formes parfaites en dehors de l'esprit humain comme pour les platoniciens, soit parce que les objets mathématiques ne sont pas l'objet d'une intuition sensible sur laquelle opérer une abstraction. C'est une constante dans l'œuvre de Cues, qu'il s'agisse des textes proprement mathématiques ou des textes métaphysiques, comme *De la pensée* ou *Du Béryl.* Ainsi par exemple, dans le *Béryl*, c. 33, Cues écrit-il:

»Mathematicalia et numeros, qui ex nostra mente procedunt et sunt modo quo nos concipimus, non esse substantias aut principia rerum sensibilium, sed tantum entium rationis, quarum nos sumus conditores.«[48]

ou encore dans le *Idiota de mente*, c. 15:

»Nam veritas invariabilis figurarum geometricarum non in pavimentis, sed mente reperitur«[49]

Si la pensée humaine a la capacité de créer d'elle-même et en elle-même les objets mathématiques dans les bornes imparties par le créateur, ces objets existent dans leurs formes idéales dans la pensée humaine, de sorte que la raison peut aussi porter des jugements rationnels et conclure en vérité à propos de ces objets. C'est cette assertion cusaine qui justifie seule la prééminence des mathématiques comme seul champ de savoir où la vérité est atteinte en soi, sans altérité. On la trouve explicitement énoncée dans le *Complément théologique*, c. 2:

»Est [. .] mens a sensibili materia libera et habet se ad figuras mathematicas quasi forma. Si enim dixeris figuras illas formas esse, erit mens forma formarum. Unde erunt figurae in mente quasi in sua forma et ob hoc sine alteritate.«[50]

D'où cette certitude de la vérité en mathématique:

»Nemo ignorat in ipsis mathematicis veritatem certius attingi quam in allis liberalibus artibus«[51]

Cette idée d'une libre mathématique, révolutionnaire au XVe siècle, est extrêmement présente chez Cantor, en particulier dans les *Grundlagen*, § 4 et surtout § 8, où il la théorise:

[48] h ^{2}XI/1, N. 56, Z. 23–26.

[49] h ^{2}V, N. 156, Z. 16–17.

[50] h X, 2a, N. 2, Z. 19–23.

[51] *De theol. compl.* 2: h X/2a, N. 2, Z. 1–2.

»Die Mathematik ist in ihrer Entwicklung völlig frei und nur an die selbstredende Rücksicht gebunden, daß ihre Begriffe sowohl in sich widerspruchslos sind, als auch in festen durch Definitionen geordneten Beziehungen zu den vorher gebildeten, bereits vorhandenen und bewährten Begriffen stehen.«[52]

Ou encore:

»Das Wesen der Mathematik liegt gerade in ihrer Freiheit.«[53]

Cependant, la position de Cantor par rapport à la liberté en mathématique n'est pas exceptionnelle au XIXe siècle: Dedekind et Hankel, entre autres, pensent également cette liberté du mathématicien. Cela ne suffirait donc pas à penser une filiation ou un lien particulier avec Cues. Mais c'est dans la réflexion des implications épistémologiques que Cues et Cantor se rejoignent. Car cette liberté du mathématicien pose immédiatement de façon accrue la question de la réalité des objets mathématiques: quelle réalité pour de purs êtres rationnels et quel rapport entre les mathématiques et la nature? Ce sont surtout la double réalité des objets mathématiques ainsi que la déduction de la possibilité de connaître un infini mathématique qui en découle qui sont proprement et cusain et cantorien.

4. 2. La double réalité des objets mathématiques

En effet, cette liberté affirmée des mathématiques remet en cause le présupposé pythagoricien de l'immédiateté de l'identité entre l'ordre mathématique et l'ordre de la nature.

En fait, si Nicolas de Cues affirme que les mathématiques sont le domaine de connaissance où la vérité est la plus assurée, il dit aussi qu'elles constituent le modèle de toute connaissance, précisément parce qu'elles sont une libre activité de notre esprit. Par exemple dans le *Trialogus de possest*:

»Nihil certi habemus in nostra scientia, nisi nostram mathematicam, et illa est aenigma ad venationem operum dei.«[54]

Car les mathématiques sont paradigmatiques de l'activité connaissante de l'homme, laquelle est elle-même paradigmatique de toute l'activité humaine en tant qu'elle est dans son essence symbolique: l'homme est

---

[52] Cantor, *Gesammelte Abhandlungen* (cf. n. 5) 182.
[53] Cantor, *Gesammelte Abhandlungen* (cf. n. 5) 182.
[54] h XI/2, N. 44, Z. 1–3.

producteur de représentations comme Dieu est créateur de la réalité du monde. Dès lors ce ne sont plus les figures mathématiques qui justifient chez Cues un usage symbolique des mathématiques, c'est l'activité mathématique elle-même, conçue comme *ars*, en tant qu'elle est créatrice de symboles, qui fait signe vers la vérité divine en donnant à l'homme à comprendre qu'il est cette *imago dei.* En créant des concepts, l'homme s'assimile comme *mens* à Dieu et c'est cette créativité essentielle de la *mens humana* qui produit la continuité et la spécularité entre les *entia mentalia* et les *entia realia.* L'homme est »dieu humain«,[55] un »second dieu«.[56] Les mathématiques constituent l'unique mode d'accès aux autres champs du savoir. La nature est, en dernier ressort, garantie par l'horizon que constitue l'infini divin. Si, comme l'affirme encore Nicolas dans le *De possest*, »les objets mathématiques [. . .] sont de pures descriptions de connaissance que notre raison a produites et sans lesquelles elle ne pourrait faire son travail de construction et de mesure«, c'est que la liberté de la mathématique est fondée sur une »harmonie préétablie« entre l'esprit humain et le monde qui résulte de l'origine divine de l'un et de l'autre:

>»Unde quia mens est quoddam divinum semen sua vi complicans omnium rerum exemplaria notionaliter, tunc a deo, a quo hanc vim habet, eo ipso, quod esse recepit, est simul et in convenienti terra locatum, ubi fructum facere possit et ex se rerum universitatem notionaliter explicare.«[57]

Si les mathématiques sont des *entia rationis*, de réalité immanente à la *mens* humaine, elles peuvent donc aussi traduire véritablement la réalité extérieure à la *mens.* En tant que telles, elles comportent en elles-mêmes une autre forme de réalité qu'on peut dire transcendante.

Or, le § 8 des *Grundlagen* pose exactement la même distinction de réalité des objets mathématiques:

>»Als sie auf Grund von Definitionen in unserm Verstande einen ganz bestimmten Platz einnehmen, von allen übrigen Bestandteilen unseres Denkens aufs beste unterschieden werden, zu ihnen in bestimmten Beziehungen stehen und somit die Substanz unseres Geistes in bestimmter Weise modifizieren«, kann man »die Art dieser Realität unserer Zahlen ihre intrasubjektive oder immanente Realität [. . .] nennen«.
>
>»Als sie für einen Ausdruck oder ein Abbild von Vorgängen und Beziehungen in der dem Intellekt gegenüberstehenden Außenwelt gehalten werden müssen«, [. . .], kann man »diese zweite Art der Realität [. . .] transsubjektive oder auch transiente Realität [nennen].«[58]

---

55 *De coni.* II, 14: h III, N. 143, Z. 8–9.

56 *De beryl.* h ^{2}XI/1, N. 7, Z. 2.

57 *De mente* 5, h ^{2}V, N. 81, Z. 6–10.

Cantor fonde cette différence ontologique sur une considération métaphysique qui fonde du même coup, et avec la même argumentation que Cues, la liberté des mathématiques:

> »Dieser Zusammenhang beider Realitäten hat seinen eigentlichen Grund in der Einheit des Alls, zu welchem wir selbst mitgehören«.
>
> [Deswegen hat] »die Mathematik, bei der Ausbildung ihres Ideenmaterials einzig und allein auf die immanente Realität ihrer Begriffe Rücksicht zu nehmen und daher [hat sie] keinerlei Verbindlichkeit, sie auch nach ihrer transienten Realität zu prüfen.«[59]

Cependant, si la citation de Cues au début des *Grundlagen* nous invite à penser comme non fortuit ce rapprochement dans la conception ontologique des objets mathématiques, qui repose sur une foi partagée en Dieu, il reste extrêmement difficile de penser une détermination directe. En effet, on peut tout autant y voir une influence de Hermann Hankel, et de son principe de permanence des lois. Dans *Theorie der komplexen Zahlensysteme* (1867), Hankel définit en effet les objets mathématiques comme purement intellectuels »auxquels peuvent correspondre les objets actuels ou des relations entre de tels objets, mais ce n'est pas nécessaire«.[60] Mais si, d'une part, Hankel a lu Cues, d'autre part la même légitimation de la double réalité des objets mathématiques n'est pas chez lui aussi explicite que pour Cues et pour Cantor.

5. L'infini actuel comme objet possible de l'intellect mathématique

5. 1. L'infini actuel in *concreto*

La détermination de la liberté mathématique, associée simultanément à la possibilité de connaître par là le monde, pose immédiatement le problème de notre capacité limitée de représentation: la mathématique cantorienne est en quelque sorte l'aboutissement de ce processus, en tant que l'infini par sa nature même excède toute possibilité d'être représenté (en figure).

Cette difficulté est remarquablement soulevée par Cantor dans les *Grundlagen*, § 5. Elle se pose en réalité bien avant l'introduction des nombres infinis de Cantor, dès la qualification par Cues du monde comme

[58] Cantor, *Gesammelte Abhandlungen* (cf. n. 5) 181.
[59] Cantor, *Gesammelte Abhandlungen* (cf. n. 5) 182.
[60] H. Hankel, *Theorie der komplexen Zahlensysteme* (Leipzig 1867).

infini. A cet égard, il convient de prendre particulièrement au sérieux la remarque que Descartes fait dans sa lettre à Chanut du 6 juin 1647, à savoir qu'il pose seulement une indéfinité du monde, là où Cues pose une infinité du monde. Et en ce sens, Descartes va bien moins loin que Cues qui a saisi dans ce concept d'»infinité finie« du monde quelque chose d'essentiel de la capacité symbolique de la connaissance humaine, et qui sera à l'œuvre et au fondement de la théorie des ensembles. Elle repose sur la considération de ce qu'est l'infini potentiel dans le processus de connaissance humaine.

Considérons seulement une indéfinité du monde. Certes, la finitude de la pensée humaine ne permet pas au processus de connaissance de s'actualiser, de s'accomplir totalement dans un monde créé par un créateur infini, et qui ne peut apparaître qu'indéfini à l'homme. A ce titre, cependant, l'homme doit saisir, dans la *visio intellectualis*, que si sa connaissance est essentiellement rationnelle, elle est position et définition de la limite et que toute limitation emporte avec elle la saisie simultanée d'un en deçà et un au-delà de la limite. C'est dans cette mesure que Cues peut encore affirmer:

> »[. . .] Si sensus aliquam minimam putat, ratio tamen illam divisibilem et non minimam dicit«[61]

En cela, Cues précède Leibniz lorsque celui-ci écrit dans sa célèbre lettre à Foucher, dont on retrouve la citation chez Bolzano et Cantor:

> »Je suis tellement pour l'infini actuel, qu'au lieu d'admettre que la nature l'abhorre, comme l'on dit vulgairement, je tiens qu'elle l'affecte pour mieux marquer les perfections de son auteur. Ainsi, je crois qu'il n'y a aucune partie de la matière, qui ne soit je ne dis pas divisible, mais actuellement divisée; et par conséquent la moindre particelle doit être considérée comme un monde plein d'une infinité de créatures différentes.«[62]

Par là, Cues pose en effet explicitement l'existence d'un infini en acte dans la nature, l'infini divin, que notre *mens* finie ne peut certes pas saisir dans son acte indéfini de numération ou de connaissance, mais qu'elle peut penser dans la ressaisie de son acte comme *explicatio* d'une *complicatio*, soit une *comprehensio*. Il est impossible de connaître en extension l'infini en acte dans la nature, mais on peut le saisir par compréhension:

---

[61] *De coni.* I, 10: h III, N. 50, Z. 13–14.
[62] PS I, 416.

»Nam quamvis rationi appareat necessario ibi ad maximum deveniri, ubi infinitus gradualis prohibetur ascensus, tamen intelligentia ipsa videt verius esse per abnegationem praecisionis nullum dabile esse praecise maximum de genere quidem maius recipientum.

Tanta est igitur vis simplicis intellectualis naturae, ut ambiat ea, quae ratio ut opposita disiungit«[63]

La puissance infinie de Dieu se donne dans le continu et la densité, qui seront mathématiquement conceptualisés par Cantor.

Mais si le monde s'avère un monde infini, même indéfini, il y faudra une certaine mathématique infinie. La mathématique est aussi procès infini de libre création et construction dans un procès infini de connaissance. Et c'est parce qu'elle opère symboliquement que la mathématique réussit là où s'épuise et échoue la représentation figurative.

5. 2. L'infini actuel *in abstracto*: le principe de limitation et le primat de la cardinalité

Pour Cues, les objets mathématiques sont ce que leur définition les produisent, contrairement à tout autre objet dont la détermination conceptuelle est toujours en deçà de sa réalité: dans la mesure où toute la réalité des objets mathématiques est au sens strict dans leurs définitions, ceux-ci sont donc en eux-mêmes dans la mesure où ils sont dans notre esprit. En tant que tel, tout objet mathématique, s'il est pensé – ce qui est la condition de son existence – est en soi. Par voie de conséquence, il faut ou rejeter la distinction aristotélicienne infini actuel/infini potentiel comme impropre concernant l'infini, ou accepter d'en déplacer le sens et bien concevoir une actualité de l'infinité en mathématiques si notre esprit peut effectuer réellement une infinitisation – par exemple de figures finies en figure infinie, tel que cela est suggéré dans *la Docte Ignorance* I, 12 –: si l'esprit humain est créateur des objets mathématiques, alors ceux-ci ne sont rien d'autre, rien de plus, mais rien de moins non plus que ce qu'on les pense être quand on les construit, et si je ne peux avoir d'image distincte d'un chiliogone, je peux cependant, comme le dira Descartes dans la sixième *Meditatio de Prima Philosophia*[64] en avoir une idée

---

[63] *De coni.*, I, 10: h III, N. 51, Z. 1 – N. 52, Z. 2.

[64] R. Descartes, *Meditatio VI*, *Meditationes de Prima Philosophia*, (éd. Adam et Tannery Vol. VII (Paris 1983) 72.

claire et distincte, je peux penser sans grande difficulté un polygone à mille côtés. Si l'intuition sensible ou imaginative n'est plus au fondement des objets mathématiques, rien ne paraît donc plus *a priori* interdire de penser un objet mathématique infini. L'actualité de la pensée d'un objet mathématique infini produit l'actualité de l'infinité de cet objet mathématique. Il conviendra dés lors de considérer si nous pouvons effectivement construire un tel objet en déduisant ses propriétés spécifiques. Pour Cantor, une telle construction est effective dans le cas du nombre transfini, ou de l'ensemble infini. Et de fait, si le procédé de récurrence constitue un processus de construction achevée des nombres entiers, quel que soit le rang *n* du nombre entier considéré, alors il n'y a aucune raison de ne pas recevoir les *alephs* de Cantor, puisqu'il met en exergue à toute autre considération leur construction à partir des trois principes: deux principes d'engendrement, par répétition et addition d'une unité, et un principe d'autolimitation, qui constitue un passage à la limite et que Cantor appelle *Hemmungsprinzip* ou *Beschränckungsprinzip*. Grâce à ces principes, Cantor produit une extension du concept de nombre fini et construit la distinction entre l'infini proprement dit (le transfini) et l'infini improprement dit (l'infini potentiel). Si nous ne considérons pas le processus de récurrence comme suffisant pour construire toute la suite des nombres entiers, il nous faut bien aussi renoncer à un nombre entier naturel au-dessus d'un nombre déterminé que nous ne pouvons pas construire, dans le temps d'une vie humaine par exemple.

Cantor renvoie là aux constructivistes et aux intuitionistes le défaut de leur procès de construction des entiers naturels. Dans les *Mitteilungen zur Lehre vom Transfiniten* Cantor précise ainsi:

> »Die Addition von Einsen kann aber niemals zur Definition einer Zahl dienen, weil hier die Angabe der Hauptsache, nämlich wie oft die Einsen addiert werden sollen, nicht ohne die zu definierende Zahl selbst erfolgen kann. Dies beweist, daß die Zahl, durch einen einzigen Abstraktionsakt gewonnen, nur als *organische* Einheit von Einsen zu erklären ist.«[65]

Cantor pense en fait que l'infini potentiel suppose déjà l'existence d'un infini actuel. Cette idée se trouverait, d'après Gardiès, déjà chez Pascal:

> »Nous connaissons qu'il y a un infini, et ignorons sa nature. Comme nous savons qu'il est faux que les nombres soient finis, donc il est vrai qu'il y a un infini en nombre.«[66]

---

[65] Cantor, *Gesammelte Abhandlungen* (cf. n. 5) p. 381 Anm. 1.

[66] Pascal, *Œuvres complètes* (Paris 1988) 1212.

Mais comme Pascal n'occupera une place croissante chez Cantor qu'à partir de 1884, il est peu probable que ce point de rencontre soit à l'origine de la conception cantorienne. L'argumentation de Cantor a de plus le mérite d'être directe et non pas apagogique:[67] dans une lettre à Vivanti de mai 1886,[68] il explique que si une grandeur variable a une quelconque valeur considérée mathématiquement, c'est que cette grandeur variable est définie sur un intervalle, sur un domaine de variabilité qui est, lui, déterminé. Ce domaine ne peut pas lui-même être variable sinon on ne pourrait effectuer de détermination de la variable, ce domaine est donc actuellement infini, sans quoi il ne peut pas y avoir de variation à l'infini. D'où le fait que tout infini potentiel présuppose un infini actuel sur l'horizon duquel il se déploie. C'est là aussi que se situe le point de rupture avec Kronecker et les constructivistes: pour eux, cet horizon est certes pensé, mais il ne saurait être connu. A cette question de savoir de quel droit on peut considérer que toute pluralité à laquelle on attribue un *aleph* est bien un ensemble, une totalité, Cantor rétorque, pour le coup sur le mode pascalien, que la question vaut autant pour les pluralités finies qu'infinies:

> »Die Tatsache der ›Konsistenz‹ endlicher Vielheiten ist eine einfache, unbeweisbare Wahrheit, es ist ›das Axiom der Arithmetik‹ (im alten Sinne des Wortes). Und ebenso ist die ›Konsistenz‹ der Vielheiten, denen ich die Alefs als Kardinalzahlen zuspreche, ›das Axiom der erweiterten transfiniten Arithmetik‹«.[69]

Car c'est le principe de limitation qui permet de réaliser cette consistance des multiplicités finies ou infinies.[70] C'est lui qui détermine un système ou un ensemble comme totalité et *objet* de notre pensée. C'est la raison pour laquelle c'est le concept de cardinalité qui est premier dans les mathématiques cantoriennes en permettant d'introduire des classes différentes de nombres.[71] Dans l'inédit de 1884, Cantor écrit ainsi que la

---

[67] La conception apagogique pascalienne permet certes d'inférer, donc de connaître, l'existence de l'infini, mais elle ne permet pas de le déterminer. Sur ces différences d'approche, cf. Gardiès, *Pascal* (cf. n. 28) 116.

[68] Cantor, *Gesammelte Abhandlungen* (cf. n. 5) 409–411.

[69] Cantor, *Lettre à Dedekind du 28 Août 1899*, in: Cantor, *Gesammelte Abhandlungen* (cf. n. 5) 447–448.

[70] Meschkowski (cf. n. 30) 281.

[71] Inversement, le primat de l'ordinalité ne fait pas sortir de l'opération fondamentale de l'addition successive d'une unité. C'est la césure introduite par le principe de limitation

puissance apparaît comme le principe de base le plus primitif, le plus simple, aussi bien psychologiquement que méthodologiquement, naissant par abstraction de toutes les particularités qu'un ensemble de classe déterminée peut présenter, tant en ce qui concerne la nature de ses éléments, que relativement aux relations et arrangements que ceux-ci peuvent présenter.

La forme cardinale enveloppe l'ensemble comme un tout, le considère comme une totalité, susceptible d'un certain traitement différent de celui des éléments qu'elle comporte, différents par nature de ce qu'elle est. On peut alors délaisser des considérations méréologiques (du tout à la partie, entendus comme homogènes) pour des considérations mathématiques en terme d'ensemble (d'éléments à l'ensemble, entendus comme hétérogènes).

5. 3. *Explicatio / complicatio* : définition par extension et compréhension

Ainsi, si cette collection infinitisée d'objets ne peut pas être atteinte dans son extension, compte tenu de la finitude humaine, elle peut être saisie par compréhension. L'infini actuel qui s'y donne peut devenir un objet mathématique à part entière susceptible – uniquement – d'une saisie symbolique.

Or, c'est bien cette même opération qu'effectue Cues sur le monde, lorsqu'il le pense en termes d'*explicatio / complicatio*: lorsque Cues saisit l'infinité du monde sur le mode de l'*explicatio* (autrement dit, dans les termes modernes de la théorie des ensembles, définissant le monde par extension), il le saisit sur le mode de la potentialité du progrès de l'esprit humain attaché à la connaissance des éléments, un par un, constituant le monde, mais cela ne saurait signifier que ce que l'homme ne connaît pas directement, dans le procès itératif de proportionalisation, de dérivation et d'intégration, qu'est la connaissance,[72] n'est pas, et qu'étant, il n'est pas susceptible d'un nouveau type de connaissance: en pensant Dieu à l'origine de tout ce qui est, ce qui est est resaisi dans une unité (au moins de

qui permet la construction de nouvelles suites de nombres, comme nombres de nombres.

[72] Par exemple: »Omnis igitur inquisitio in comparativa proportione facili vel difficili existit, propter quod infinitum ut infinitum cum omnem proportionem aufugiat«: *De docta ign.* I, 2: h I, S. 5, Z. 23–S. 6, Z. 2 (N. 3).

l'origine de l'acte de création) et le monde n'est rien d'autre que la totalité des choses (créées par Dieu). Et même si celle-ci échappe à une saisie directe de l'esprit humain, elle ne peut pas ne pas être pensée dans son actualité, et ce, comme infinie. Cette pensée est en elle-même connaissance (il ne peut en être autrement: le monde est actuellement infini), mais la difficulté tient au fait qu'il faut faire abstraction de l'autre mode de connaissance pour avoir accès à celui-ci: l'homme n'a accès qu'au discret ou qu'à la totalité, et les deux voies d'accès au monde, exclusives l'une de l'autre, lui sont en même temps fermées: il ne les épuisera pas, il y aura toujours un hiatus, une inadéquation entre sa saisie, selon un des modes (extension ou compréhension) du monde, et ce que celui-ci est réellement (*explicatio* et *complicatio*). La limite n'est pas extérieure au monde, mais intérieure – d'où cette conception d'un infini *contract*, autolimité. Mais la reconnaissance de l'infinité potentielle de la connaissance humaine présuppose en effet, comme depuis toujours, l'existence de l'infinité actuelle du monde. Il suffit pour s'en convaincre d'y tenir un raisonnement par l'absurde (la potentialité implique la possibilité de l'actualisation). L'infinité actuelle du monde est certes indéfiniment étendue, du fait de son existence matérielle, mais elle est resaisie unitairement, et par là comme actuellement dense en tout point de l'univers. C'est à saisir cette densité en tout point de l'univers, impliquée dans toute pétition du principe des indiscernables, tel que Cues le développe avant Leibniz, que l'univers peut-être conçu comme infinité finie (*infinitas finita*), en opposition avec l'infinité infinie ou infinité absolue qu'est Dieu (*infinitas infinita*). Cues pourrait donc être là sur la même position que Leibniz: il y a de l'infini *in concreto*, mais non *in abstracto*.

Mais alors, en ce sens, on ne comprendrait pas pourquoi Cues trouverait plus grâce que Leibniz aux yeux de Cantor. Or tel est le cas.

5. 4. Structure infinie de l'esprit humain et connaissance par symbole

Cependant, ce moment de resaisie unitaire du monde, qui excède toute saisie extensive, nécessairement diachronique et inachevée, des étants et qui nécessite déjà une *visio intellectualis*, n'est rien d'autre que la définition par compréhension du monde. Cues ne parle pas seulement de l'infinité de Dieu, et de l'indéfinité du monde, il parle de l'infinité finie (*infinitas finita*) du monde. Or, ce faisant, il fait retour sur l'esprit humain: celui-ci saisit dans un mouvement réflexif ses potentialités infinies de connaissance, il se saisit lui-même comme une structure d'infinité, capable de produire indéfiniment une connaissance, et non pas seulement par proportion, mais aussi symboliquement.

C'est très probablement cette distinction et cette pluralisation des infinis que Cantor pointe comme conforme à ses propres considérations, cette fois mathématiques.

En effet, d'une part, la pensée cusaine peut ainsi être comprise comme le moment inaugural où peuvent être pensées, contre la tradition aristotélicienne et scolastique, plusieurs sortes d'infinis actuels. C'est cette même rupture, nous semble-t-il, qui rend possible de penser, comme Cues le fera dans une de ses dernières œuvres, une pluralité des mondes.

D'autre part, une telle saisie ne peut se faire que symboliquement. Il n'est à cet égard sans doute pas indifférent de lire la suite de la note de Cantor, où apparaît le nom de Cues:

> »Die absolut unendliche Zahlenfolge erscheint mir daher in gewissem Sinne als ein geeignetes Symbol des Absoluten; wogegen die Unendlichkeit der ersten Zahlenklasse (I), welche bisher dazu allein gedient hat, mir, eben, weil ich sie für eine faßbare Idee (nicht Vorstellung) halte, wie ein ganz verschwindendes Nichts im Vergleich mit jener vorkommt.«[73]

Rapprochons donc ce texte des considérations cusaines sur le monde et Dieu. Le monde, infinité finie, comme *explicatio* de Dieu, infinité infinie, n'est pas Dieu (sinon, nous verserions dans un spinozisme), mais seulement son *explicatio*, mais s'il n'y a pas identité mais signification, il y a un rapport symbolique dans la *mens* humaine entre Dieu et le monde qui vaut comme reflet insuffisant, mais symboliquement le plus adéquat, de Dieu.

La considération cantorienne, de prime abord théologique – il s'agit de rendre compte de l'Absolu – et qui paraît à ce titre étrange dans un texte qui prétend à une mathématicité, pose en vérité la question de la réalité de la connaissance symbolique: qu'est-ce que connaître par symbole? Nous ne pouvons développer ici ce point, mais nous savons que le texte cusain réfléchit cette question du symbole et de la connaissance symbolique. Celle-ci, reposant sur la découverte d'une certaine infinité de l'esprit humain, pourrait éventuellement nous amener à reconsidérer la distinction kantienne penser/connaître que Kronecker reprend pour in-

[73] Cantor, *Gesammelte Abhandlungen* (cf. n. 5) 205.

valider les *alephs* cantoriens. Cette distinction serait finalement inadéquate pour les objets symboliques exclusivement produits par l'esprit humain, comme c'est le cas en mathématique ou dans les langues naturelles.

Conclusion

En conclusion il est difficile de s'assurer du chemin de transmission de l'influence directe ou indirecte de Nicolas de Cues sur Georg Cantor.

Il est certain que celui-ci a fréquenté bon nombre de mathématiciens et d'historiens des sciences, qui ont écrit sur Cues. De même l'érudition de Cantor et ses pratiques de lecture plaide pour la connaissance directe de Nicolas de Cues. Cependant, la référence au théologien est rare et peu explicite, alors même que de nombreux corpus philosophiques sont explicités et convoqués.

Cependant, l'étude fine du contenu du texte des *Grundlagen* montre une réelle coincidence de pensée:

– un même statut épistémologique des objets mathématiques, en tant qu'ils sont une libre création de l'esprit humain et relevant d'une double réalité, immanente et transsubjective, du fait de l'harmonie préétablie entre le monde et le sujet qui lui appartient et qui se saisit alors comme entendement fini capable par la représentation symbolique d'accéder à une certaine connaissance de l'infini;
– une différenciation au sein même de la notion d'infini actuel, entre infini actuel et infini absolu, impliquant chez Cues les notions d'*explicatio* et de *complicatio*, qui permettent de faire voix, à côté de considérations méréologiques, à des considérations d'appartenance en termes d'ensemble, dont on peut trouver un écho jusque dans la définition des ensembles en terme d'extension et de compréhension.

Au sein du processus pratique et dynamique de connaissance symbolique et différenciée de l'infini, deux points de pensée cusain nous semblent à proprement parler décisifs:

– la pensée d'un principe d'autolimitation produisant un infini contract;
– et la pensée d'une certaine infinité de l'esprit humain, capable par là d'une connaissance non plus seulement proportionnelle mais aussi symbolique.

Il faudrait donc poursuivre l'investigation historique de l'éventuelle voie de transmission, car ces deux idées nous semblent pouvoir avoir été transmises à Cantor *via* l'idéalisme allemand, par Schelling par exemple.[74] L'approfondissement de la nature du symbolisme cusain pourrait en outre nous permettre de cerner au plus près le différend Kronecker/Cantor en nous obligeant à réexaminer la pertinence de la différence kantienne penser/connaître pour les productions humaines symboliques.

[74] Cf. Heuser-Kessler, *Die Produktivität der Natur* (cf. n. 7).