

HATTE CUSANUS SCHON EINEN WÄHRSCHEINLICHKEITSBEGRIFF?*

Von Ulrich Herkenrath, Duisburg

1. Zum mathematischen Wahrscheinlichkeitsbegriff

Ungewissheit über das, was dem Menschen begegnet, Unsicherheit, ist eine menschliche Grunderfahrung. Diese kann sich z. B. in Varianten wie Glück, Pech oder Schicksal äußern, oder besser gesagt, so empfunden werden. Hat diese Ungewissheit unter Umständen sogar als Ursache einen »absoluten oder prinzipiellen« Zufall, der im Weltgeschehen wirkt und mal als glücklicher, mal als blinder oder sogar unglücklicher Zufall wirkt?¹

Zu allen Zeiten hat die Menschen das Nachdenken darüber bewegt, in der Antike haben die Menschen sogar Glück oder Schicksal in Göttern oder Göttinnen personifiziert. Eine interessante »Geschichte des Zufallsbegriffs« findet sich in einem Artikel von Paul Heinz Müller.²

Ungewissheit oder Unsicherheit können sich im Kontext der Wissenschaft schon durch eine prinzipielle Ungenauigkeit von Messungen bzw. eine prinzipielle Ungewissheit von Auskommen eines Experimentes zeigen. Dabei spielt eine Rolle, dass nach allgemeiner heutiger Auffassung nie vollständig identische Anfangs- und Durchführungsbedingungen für die Wiederholung ein und desselben Experimentes herstellbar sind.

Das hat auch schon Cusanus erkannt, er hat sogar bekanntlich immer wieder von einer naturgegebenen prinzipiellen Ungenauigkeit all unserer Erkenntnis gesprochen. Damit waren ihm auch Ungewissheit und Unsicherheit vertraute Begriffe.

* Anlässlich der Ferienakademie der Cusanus-Gesellschaft »Die Weisheit ruft auf den Straßen« im September 2003 hatte ich Gelegenheit, Vorträge von Dr. Harald Schwaetzer über das Leben und Werk des Cusanus zu hören. In diesen Vorträgen sowie einer längeren Unterhaltung in Pisa gab mir Dr. Schwaetzer wertvolle Informationen und Hinweise, die mir bei der Erstellung des vorliegenden Vortragstextes sehr hilfreich und nützlich waren. Dafür möchte ich mich bei ihm ausdrücklich bedanken.

¹ Siehe U. HERKENRATH, *Gott würfelt nicht – Oder doch?* In: *Renovatio – Zeitschrift für das interdisziplinäre Gespräch* 54 (1998) 17–29.

² P. H. MÜLLER, *Zufall oder Notwendigkeit?* In: *Almanach*, Band VII, (1994) 137–144, Deutscher Hochschulverband.

In den modernen Naturwissenschaften spielen Experimente, Messergebnisse, empirisch gewonnene Daten und schließlich die Mathematik als Schlüssel zur Erkenntnis wichtige Rollen. Dementsprechend beginnt im 17. Jahrhundert die Entwicklung einer mathematisch fundierten »*Ars conjectandi*« bzw. der Stochastik als Wissenschaft, die sich dem Studium von Phänomenen der Unsicherheit oder Ungewissheit und des Zufalls widmet. Jakob Bernoulli hat in seinem 1713 posthum erschienenen Meisterwerk »*Ars conjectandi*« das Wort »Stochastik« für diese neue Wissenschaft wohl gewählt, um an den Begriff *στοχαστική τέχνη* in Platons Dialog »Philebos« anzuknüpfen, den man eben auch als »Kunst des Vermutens« sinngemäß übersetzt. Jakob Bernoulli definiert als Aufgabe der Stochastik »die Wahrscheinlichkeiten unsicherer Ereignisse so genau wie möglich zu messen«.

Damit ist ein mathematisch fundierter Begriff »Wahrscheinlichkeit« der zentrale der ganzen Stochastik, aus innermathematischen Gründen spricht man oft auch vom »Wahrscheinlichkeitsmaß«. Ganz allgemein kann man das Konzept »Wahrscheinlichkeit« auffassen als Quantifizierung des Grades an Sicherheit, somit die Wahrscheinlichkeit eines unsicheren oder zufälligen Ereignisses als den quantifizierten Grad an Sicherheit dafür, dass das Ereignis eintritt.

Der in der Stochastik maßgebliche, heute klassisch zu nennende Begriff der Wahrscheinlichkeit bezieht sich auf sogenannte zufällige Phänomene, d. h. auf Erscheinendes, das durch Ungewissheit oder Zufall beeinflusst wird. Demzufolge ist dieser Begriff empirisch verankert, zumindest muss er es für Anwendungen in der Realwelt sein.³

Daneben gibt es schon in Jakob Bernoullis »*Ars conjectandi*« einen etwas anderen Begriff von Wahrscheinlichkeit, der sich bezieht auf Probleme, die durch Unkenntnis (*ignorantia*) von Sachverhalten oder Ursachen von Beobachtungen entstehen, einen Wahrscheinlichkeitsbegriff »für die Wahrheit von Aussagen«. Dieser Begriff der Wahrscheinlichkeit wird zwar schon in einem Kapitel der »*Ars conjectandi*« 1713 behandelt, ist aber dann nicht weiter verfolgt, sondern erst wieder im 20. Jahrhundert aufgenommen worden. Anlass dazu gab die Entwicklung von Compu-

³ Siehe U. HERKENRATH, *Stochastics: The science of modelling, measuring and mastering randomness and uncertainty*, in: E. von Collani (Hg.), *Proceedings of the Millennial Symposium »Defining the Science Stochastics«* (Lemgo 2004) 23–35.

tern, etwa Fragen nach einer »Künstlichen Intelligenz« und der Beweisbarkeit von Aussagen. Das führt zu der sogenannten »Mathematischen Theorie der Evidenz« im Sinne von Arthur Dempster⁴ und Glenn Shafer,⁵ die an die Arbeit von Bernoulli anknüpft. In dem Zusammenhang spricht man auch von einer »Zuverlässigkeitstheorie von Argumenten« (*reliability of arguments*) oder einer »Wahrscheinlichkeit der Beweisbarkeit«. Rein formal läuft das auf sogenannte nicht-additive Wahrscheinlichkeiten hinaus. Diese sind schon rein mathematisch-technisch wegen der Nicht-Additivität verschieden von der »üblichen« Wahrscheinlichkeit, aber darüber hinaus natürlich auch inhaltlich anders zu verstehen. Ein Überblick über diese Art von Wahrscheinlichkeitsbegriff findet sich in einem Artikel von Jürg Kohlas.⁶

Auf diesen Wahrscheinlichkeitsbegriff komme ich im 2. Abschnitt im Zusammenhang mit Aussagen von Cusanus noch zurück.

Ins Zentrum der Aufmerksamkeit möchte ich setzen und detaillierter behandeln den oben schon angesprochenen, in der Stochastik maßgeblichen, klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriff. Dazu gebe ich folgenden mathematischen Exkurs:

Der russische Mathematiker A. N. Kolmogorov hat 1933 ein Axiomensystem vorgelegt, auf dem der klassische mathematische Wahrscheinlichkeitsbegriff begründet werden kann.⁷

Zugrunde gelegt wird eine Menge Ω , deren Elemente ω sogenannte Elementarereignisse darstellen. Ein Elementarereignis wiederum repräsentiert ein modellmäßig mögliches Auskommen des zu beschreibenden Zufallsexperimentes bzw. Zufallsphänomens, die Menge Ω folglich die Gesamtheit aller nach Modell möglichen Auskommen, das sogenannte »sichere Ereignis«. Als nächstes wird eine Menge E betrachtet, deren Elemente E Teilmengen von Ω sind. Die Elemente E aus E heißen »Ereignisse«. Das Mengensystem E muss folgenden Anforderungen genügen:

⁴ A. DEMPSTER, *Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping*, in: *Annals of Mathematical Statistics* 38 (1967) 325–339.

⁵ G. SHAFER, *The Mathematical Theory of Evidence* (Princeton 1976).

⁶ J. KOHLAS, *Reliability of Arguments*, in: E. von Collani (Hg.), *Proceedings* (wie Anm. 3) 73–93.

⁷ P. H. MÜLLER (Hg.), *Lexikon der Stochastik* (Berlin 1991).

- (1E) Das sichere Ereignis Ω gehört zu E,
- (2E) ist E ein Ereignis, so auch Nicht-E, d. h. die Menge aller ω , die nicht zu E gehören, stellt ein Ereignis dar,
- (3E) ist E_1, E_2, \dots eine (unendliche) Folge von Ereignissen, so stellt »mindestens ein Ereignis E_i tritt ein« auch ein Ereignis, d. h. ein Element aus E, dar.

Passend dazu wird die Wahrscheinlichkeit oder das Wahrscheinlichkeitsmaß P auf dem Mengensystem E definiert. Dieses P muss erfüllen:

- (1P) Die Wahrscheinlichkeit irgendeines Ereignisses E aus E hat einen Wert $P(E)$, der größer gleich Null und kleiner gleich 1 ist,
- (2P) das sichere Ereignis hat die Wahrscheinlichkeit 1, d. h. $P(\Omega) = 1$,
- (3P) für jede (unendliche) Folge E_1, E_2, \dots von sich jeweils paarweise ausschließenden Ereignissen gilt, dass die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis »mindestens ein Ereignis E_i tritt ein« (siehe (3E)) gleich ist der (unendlichen) Summe der Wahrscheinlichkeiten $P(E_i)$.

Auf Basis dieses Wahrscheinlichkeitsbegriffs bzw. dieser Axiome kann man einen Kalkül und eine mathematische Theorie aufbauen, in der man zu wesentlichen, wichtigen Gesetzen über Zufallsphänomene kommt, wie z. B. dem Gesetz der großen Zahlen oder dem Zentralen Grenzwertsatz.⁸

Darauf beziehen sich mathematische Disziplinen wie die Wahrscheinlichkeitstheorie, die Mathematische Statistik, die Theorie der Stochastischen Prozesse und Anwendungsgebiete für diese Theorien.

Dieser oben vorgestellte Begriff von Wahrscheinlichkeit kann theoretisch als ein rein mathematisches Konstrukt angesehen werden, mit dem man nach den Regeln der Mathematik in der »Idealwelt« mathematischer Modelle weiterarbeiten kann.

Er beansprucht aber, dort wo auch die Naturwissenschaft tätig wird, nämlich in der »Realwelt der Phänomene«, sinnvoll anwendbar zu sein. In dieser Realwelt hat man es zu tun mit Experiment und Empirie, mit »Zählen, Messen und Wiegen«, wie Cusanus es nennt.

Wozu setzt man nun gerade diese Axiome, die Kolmogorov eingeführt hat, wie hängt der oben vorgestellte Wahrscheinlichkeitsbegriff mit den experimentell und empirisch fassbaren Phänomenen von Unsicherheit und Zufall zusammen?

⁸ Ebd.

Das Pendant zur Wahrscheinlichkeit ist in der Realwelt das Konzept der »relativen Häufigkeit«. Damit ist folgendes gemeint: Kann man von einem Zufallsphänomen viele unabhängige, gleichwertige Ausführungen, sozusagen Kopien, herstellen oder hat sie schon vorliegen, hat man, wie man sagt, N viele unabhängige, identisch verteilte Zufallsgrößen beobachtet, so kann man die relative Häufigkeit ermitteln, mit der ein Ereignis in dieser Serie von N Beobachtungen auftritt. Diese empirisch fassbare relative Häufigkeit schätzt die »ideale«, in der Realwelt verborgene Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses. Je größer N ist, die Anzahl der Beobachtungen, desto besser sollte die Schätzung sein, mit immer größer werdendem N sich der »wahren Wahrscheinlichkeit« dieses Ereignisses annähern. Dass relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit in diesem Sinne zueinander passen, beweist das sogenannte »Gesetz der großen Zahlen«. Dieses baut also eine Brücke zwischen der Idealwelt des Wahrscheinlichkeitsraumes und dem Idealbegriff der Wahrscheinlichkeit einerseits und den empirisch bzw. experimentell verfügbaren Beobachtungen und den relativen Häufigkeiten andererseits.

Passend dazu sind die Axiome für die Wahrscheinlichkeit bzw. das Wahrscheinlichkeitsmaß nachempfunden den Eigenschaften der relativen Häufigkeit. Insbesondere stellt jede »relative Häufigkeitsverteilung« ein spezielles Wahrscheinlichkeitsmaß dar.

Soweit meine Ausführungen zum mathematischen Wahrscheinlichkeitsbegriff. Was bewegt mich, die Frage zu stellen, ob Cusanus schon einen Wahrscheinlichkeitsbegriff hatte?

Cusanus spricht immer wieder von einer unerreichbaren Genauigkeit aller Erkenntnis, woraus Ungewissheit resultiert. Demzufolge sind alle Erkenntnisse Mutmaßungen, und er denkt an eine Mutmaßungskunst, eine »*ars coniecturandi*«. Cusanus misst dem Zählen, Messen und Wiegen als Mittel zur Erkenntnis eine große Bedeutung bei, der Begriff Wahrscheinlichkeitsmaß rückt sprachlich schon näher. Er postuliert die Mathematik als Schlüssel zur Erkenntnis, möchte deshalb auch quantifizieren statt nur qualifizieren, wo immer es geht. Er nimmt Empirie als Mittel zur Erkenntnis ernst, ja entwirft das wissenschaftliche Experiment mit daraus abgeleiteten Schlüssen, insbesondere in seiner Schrift *De staticis experimentis*.

In Anbetracht dieser Konstellation scheint es mir lohnenswert, nachzusehen, inwieweit sich Cusanus in seinem Denken, in seiner Erkenntnis-

und seiner Wissenschaftstheorie schon einem mathematischen Wahrscheinlichkeitsbegriff angenähert hat.

2. Bezüge im Werk des Cusanus

Zu der im 1. Abschnitt entwickelten Thematik werden Fundstellen im Werk des Cusanus präsentiert und Bezüge aufgezeigt.

2.1 Ungenauigkeit aller Erkenntnis

Es ist wohlbekannt und an vielen Stellen nachzulesen, dass Cusanus von einer prinzipiellen Ungenauigkeit aller menschlichen Erkenntnis ausgeht. So spricht er etwa von einer »*praecisio inattingibilis*«. Diese prinzipielle Ungenauigkeit der menschlichen Erkenntnis hat nach Cusanus zwei Aspekte: Erstens die Endlichkeit und Begrenztheit des Menschen, zweitens ein objektives Messproblem bedingt durch die Nicht-Gleichheit je zweier Dinge. In *De coniecturis* schreibt er etwa:

»Quoniam autem in prioribus ›Doctae ignorantiae‹ libellis multo quidem altius limpidiusque quam ego ipse nisu meo praecisionem veritatis inattingibilem intuitus es, consequens est omnem humanam veri positivam assertionem esse coniecturam.«⁹

»... ut demum ad artem pervenire queas tui ipsius venandi peritiam, coniecturaliter quidem, cum praecisio omnis a nobis absconsa remaneat.«¹⁰

»Quodlibet igitur cum quolibet concordat atque differt, sed aequaliter praecise hoc impossibile est. Absoluta est enim haec praecisio ab universo.«¹¹

⁹ *De coni.* I, prol.: h III, N. 2, Z. 2–5: »In meinen früheren Büchern ›Die belehrte Unwissenheit‹ hast du gesehen, und zwar viel tiefer und klarer als ich selbst in meinem Bemühen: die Wahrheit in ihrer Genauigkeit ist unerreichbar. Daraus folgt aber, daß eine bejahende Feststellung über das Wahre, wenn sie von Menschen ausgesprochen wird, immer nur Mutmaßung ist.«

¹⁰ *De coni.* II, 3, prol.: h III, N. 70, Z. 11–13: »... um dich zum Schluß zu der Kunst gelangen zu lassen, Erfahrungen über dich selbst zu erjagen, selbstverständlich nur mutmaßende, da jede Genauigkeit uns verborgen bleibt.«

¹¹ *De coni.* II, 3: h III, N.87, Z. 7–9: »Alles stimmt also mit allem überein, und alles unterscheidet sich von allem. Genau gleich aber ist dies nicht möglich; denn eine solche Genauigkeit ist vom All losgelöst.«

In *De docta ignorantia* heißt es:

»Haec quidem etsi ad infinita tibi deserviant, tamen si ad astronomiam transfers, apprehendis calculatorium artem praecisione carere, quoniam per solis motum omnium aliorum planetarum motum mensurari posse praesupponit. Caeli etiam dispositio, quoad qualemcumque locum sive quoad ortus et occasus signorum sive poli elevationem ac quae circa hoc sunt, praecise scibilis non est. Et cum nulla duo loca in tempore et situ praecise concordent, manifestum est iudicia astrorum longe in sua particularitate a praecisione esse.«¹²

»Age, in musica ex regula praecisio non est. Nulla ergo res cum alia in pondere concordat neque longitudine neque spissitudine.«¹³

Cusanus bezieht also in seine Aussage von der prinzipiellen Ungenauigkeit aller Erkenntnis auch die Messergebnisse von Beobachtungen des Zählens, Messens und Wiegens ein. Natürlich auch die Messergebnisse von geplanten Experimenten (siehe verschiedene Bemerkungen in *De staticis experimentis*). Zusätzlich umschreibt er mit seinen Ausführungen über die Gleichheit und Verschiedenheit aller Dinge, dass es für ein Experiment nie zwei genau gleiche Versuchsbedingungen gibt.¹⁴ Schon dieser Umstand begründet ja die prinzipielle Ungenauigkeit der Messergebnisse hinsichtlich einer aufzudeckenden, dahinter stehenden Gesetzmäßigkeit, in Kombination mit dem reinen Messfehler erst recht.

So wie Cusanus in seinem Werk das Experiment konzipiert und anerkennt, so wie er empirisch gewonnene Daten ernst nimmt und sie mathematisch auswerten möchte, bereitet er mit seiner ausführlich und immer wieder begründeten Erkenntnis der »*praecisio inatingibilis*« eine mathematische Behandlung der Messungenauigkeiten oder Messfehler

¹² *De docta ign.* II, 1: h I, S. 61, Z. 14–21 (N. 91): »Diese Einsicht könnte zwar für eine Unzahl von Folgerungen dienen, wendet man sie aber auf die Astronomie an, so erkennt man, dass die Kunst der Berechnung der Genauigkeit entbehrt. Setzt sie doch voraus, dass man durch die Sonnenbewegung die Bewegung aller anderen Planeten messen könne. Auch die Ordnung des Himmels hinsichtlich irgendeines Ortes oder des Aufganges und Unterganges der Sternzeichen oder der Elevation des Pols oder was dergleichen Angaben sind, lässt sich nicht mit Genauigkeit wissen. Und da nicht zwei Orte in Zeit und Lage genau übereinstimmen, so ist es klar, dass Einzelaussagen über die Gestirne von Genauigkeit weit entfernt sind.«

¹³ Ebd. S. 62, Z. 4–5 (N. 93): »Auch in der Musik gibt es auf Grund der Regel keine Genauigkeit. Es stimmt also kein Ding mit einem anderen in Gewicht, Länge und Dichte überein.«

¹⁴ *De ludo* I: h IX, N. 5, Z. 12–14.

gedanklich vor. Gauß hat solch eine mathematische Theorie der Messfehler ca. 350 Jahre später entwickelt.

Die zur Zeit des Cusanus noch nicht aktive Praxis des Experimentierens, die die Dringlichkeit nach solch einer Theorie stellt, wird der Grund dafür sein, dass Cusanus noch nicht explizit danach fragt.

Allein schon aus der oben erklärten »*praecisio inattingibilis*« erwächst natürlich für den Menschen »Ungewissheit, Unsicherheit, *incertitudo*«.

2. 2 Fortuna, casus, casualis interventus

Zusätzlich zu der Ursache »Ungenauigkeit aller Erkenntnis« für die Erfahrung von Ungewissheit oder Unsicherheit betrachtet Cusanus aber auch noch »*fortuna, casus, casualis interventus*«. Dies wird üblicherweise und wohl zu Recht mit »Zufall« übersetzt. Lediglich der Begriff »*fortuna*« ist natürlich vieldeutig und schillernd, er kann im Extremfall meinen »Schicksalsgöttin, Schicksal, Geschick, Glück, die Verhältnisse« oder eben »Zufall«. Dazu möchte ich drei Stellen aus dem Werk des Cusanus zitieren:

In *De staticis experimentis* heißt es:

»... aut sicut vates ex sortibus aut lectione casuali librorum Sibyllinorum aut psalterii aut domibus caeli vel geomanticis figuris aut avium garritu seu flammae ignis flexione aut relatione tertii aut aliquo alio casuali interventu iudicium sumendum.«¹⁵

Das ist natürlich eine spezielle Vorstellung über Zufallsereignisse, die möglicherweise von Gott oder Göttern als Zeichen inszeniert werden.

Wiederum bei der beschreibenden Erklärung des Kugel-Spiels erwähnt Cusanus einmal »*fortuna*« als Geschick.¹⁶

Einen modernen, rein naturwissenschaftlichen Begriff von »Zufall« bringt Cusanus an anderer Stelle in *De ludo globi* ins Spiel:

»Negare nequeo una globi gibbositate stante secundum diversum impetum cuiusque ipsum proiicientis differenter semper moveri. Posseque eundem globum per quemquam iuxta libitum varie impelli, ita quod licet curva revolutio semper maneat, tamen motus eius variatur. Dicimus tamen, cum non semper in centro circuli quiescat, ubi

¹⁵ *De stat. exper.*: h²V, N. 190; S. 238, Z. 6–10. (Dupré III, 641): »Wie der Wahrsager durch Los oder zufälliges Lesen der Sibyllinischen Bücher oder des Psalters oder aus den Häusern des Himmels oder den geomantischen Figuren, dem Geschnarr der Vögel oder dem Flackern der Feuerflamme oder der Beziehung auf ein Drittes oder sonst irgendeines zufälligen Ereignisses liest, so muß man das Urteil fällen.«

¹⁶ *De ludo* I: h IX N. 56–57.

quisque ludens ipsum ponere intendit, et inter ludentes unus nunc ipsum in propinquo centre locat et postea eandem ut prius habens intentionem globus remote a centro declinat, videri, quod non secundum pellentis intentionem, sed etiam fortunam moveatur. Fortuna potest dici id, quod praeter intentionem evenit. Et cum quisque ludens petat centrum circuli, non est fortuna si tetegerit. Neque est in potestate nostra, quod voluntas nostra perficiatur.«¹⁷

Diese Auffassung von »*fortuna*« als Zufall bietet sich natürlich für einen Einstieg in einen Wahrscheinlichkeitsbegriff bzw. Wahrscheinlichkeitskalkül an: Ist jemand nämlich für das Experiment bzw. die Gewinnung von Messergebnissen oder empirischen Daten aufgeschlossen, so kann er unter dem Aspekt des »Zählens, Messens und Wiegens« daran denken, das Werfen der Kugel oftmals in unabhängigen Versuchen mit möglichst gleichen Versuchsbedingungen zu wiederholen und die so zustande gekommenen Ergebnisse mit mathematischen Methoden auszuwerten. Auf diese Weise würden relative Häufigkeiten ermittelt und diese böten die Brücke zu einem mathematischen Wahrscheinlichkeitsbegriff und sogar Kalkül.

Soweit geht Cusanus hier auch noch nicht, die Zeit für das praktische Experimentieren war noch nicht reif. Cusanus selbst hatte vielleicht auch nicht viel Gelegenheit dazu, ihm kam es viel mehr auf die denkerische Ausgestaltung seiner Erkenntnislehre an.

2. 3 Wahrheitsähnliche(re) Mutmaßung. Coniectura verisimilis(-ioris)

Wie geht nun der Mensch angesichts der oben dargestellten Situation mit seinem Erkenntnisvermögen um? Von welcher Art können seine Erkenntnisse überhaupt sein, wie kann er sie strukturieren, wie kann er sie verbessern, z. B. genauer oder zuverlässiger machen?

¹⁷ Ebd. N. 55, Z. 1–14. (Dupré III, 277): »I: Ich kann nicht leugnen, daß sich dieselbe Kugel, während ihre Krümmung gleichbleibt, nach dem Anstoß dessen, der sie wirft, stets verschieden bewegt. Auch kann dieselbe Kugel von jedem nach Belieben verschieden angestoßen werden, so daß sich ihre Bewegung verändert, auch wenn der gekrümmte Umlauf stets bleibt. Trotzdem sagen wir, es scheine, daß sich die Kugel nicht nach der Absicht des Werfenden, sondern auch nach dem Zufall bewege; denn sie ruht nicht immer im Kreismittelpunkt, wo sie jeder Spieler hinzubringen beabsichtigt, und wenn sie einer von den Spielenden jetzt in der Nähe des Mittelpunktes hinsetzt, so weicht sie später, obwohl er dieselbe Absicht hat wie zuvor, erheblich von der Mitte ab.

C: Zufall kann das genannt werden, was entgegen der Absicht zutrifft. Und da jeder Spieler den Mittelpunkt des Kreises erstrebt, ist es nicht Zufall, wenn er ihn erreicht hat. Auch liegt es nicht in unserer Macht, daß unser Wille erfüllt wird.«

Wegen der prinzipiellen Ungenauigkeit der Erkenntnis, Einflüssen des Zufalls (*fortuna, casus*) und der daraus resultierenden Ungewissheit bzw. Unsicherheit wird sich die menschliche Erkenntnis nach Cusanus immer in Mutmaßungen äußern, in *coniecturae*. Das Gütekriterium für diese Mutmaßungen wird ihre jeweilige Wahrheitsähnlichkeit sein, ihre *verisimilitudo*. Ein Fortschritt in der Erkenntnis kann dann von einer *coniectura verisimilis*, einer wahrheitsähnlichen Mutmaßung, zu einer *coniectura verisimilioris*, einer wahrheitsähnlicheren Aussage, führen. Das führt zu der Frage, wie ein gradueller Unterschied in der *verisimilitudo* festgestellt bzw. gemessen werden kann, also z. B. wie er quantifiziert werden kann.

Bei Fragen der Quantifizierung im Gegensatz zur Qualifizierung geht es wieder um Zählen, Messen und Wiegen, d. h. letztlich um den Einsatz der Mathematik. Ehe das ausführlicher abgehandelt wird, sollen diese Begriffe aber noch mittels Fundstellen im Werk des Cusanus erläutert und diskutiert werden.

Das Wort »*verisimilis*« wird oft mit »wahrscheinlich« ins Deutsche übersetzt, was aber irreführend aufgefasst werden kann. Es ist bei Cusanus zu verstehen im Kontext der Begriffe »Urbild-Abbild« und »Gleichheit-Verschiedenheit«. Dieser Begriff ist zunächst einmal nicht quantifiziert, er hat zunächst einmal keinen statistischen oder stochastischen Charakter, d. h. ist ohne Beziehung zu relativen Häufigkeiten. Zur Erläuterung des Begriffs *coniectura* folgende Stellen:

»... praecisionem veritatis inatingibilem intuitus es, consequens est omnem humanam veri positivam assertionem esse coniecturam. Non enim exhauribilis est adauctio apprehensionis veri.«¹⁸

»Et venantur sic elementa veriore coniectura, licet praecisio sit semper inatingibilis.«¹⁹

Zum Vergleich bzw. graduellen Unterschieden in der Wahrheitsähnlichkeit:

¹⁸ *De coni.* I, prol.: h III, N. 2, Z. 3–6: »Die Wahrheit in ihrer Genauigkeit ist unerreichbar. Daraus folgt aber, daß eine bejahende Feststellung über das Wahre, wenn sie von Menschen ausgesprochen wird, immer nur Mutmaßung ist. Die Erfassung des Wahren läßt sich nämlich stets vermehren, aber nie ausschöpfen.«

¹⁹ *De stat. exper.*: h²V, N. 176; S. 230, Z. 8–9. (Dupré III, 629): »So [durch Verbrennen und Wiegen der Asche, UH] erforscht man die Elemente in wahrer Mutmaßung, auch wenn die Genauigkeit für immer unerreichbar bleibt.«

»Carent igitur medicina, alchimia, magica et ceterae artes transmutationum veritatis praecisione, licet una verior in comparatione ad aliam, ut medicina verior quam artes transmutationum, ut ista ex se patent.«²⁰

Dass eine Mutmaßung auch rein empirisch begründet sein kann, findet sich etwa in der Beschreibung des Kugel-Spiels:

»Et licet sit impossibile dum globus movetur praescire, in quo puncto quiescat, neque propterea semper in circulo quiescit, quia circulum aliquotiens subintrat, non minus tamen ex consuetudine et continuata practica praevideri poterit coniectura verisimili in circulo globum quietem accepturum.«²¹

Oder

»Per ponderum differentiam arbitror ad rerum secreta verius pertingi et multa sciri posse verisimiliori coniectura.«²²

»Quamquam nihil in hoc mundo praecisionem attingere queat, tamen iudicium staterae verius experimur et hinc undique acceptum.«²³

Das »*verisimilis*« des Cusanus ist verknüpft mit der sogenannten »Mathematischen Theorie der Evidenz« im Sinne von Arthur Dempster²⁴ und Glenn Shafer,²⁵ die anknüpft an Arbeiten von Jakob Bernoulli. Will man solch eine Theorie anwenden, so muss man natürlich gewisse Vorgaben in

²⁰ *De docta ign.* II, 1: h I, S. 65, Z. 6–9 (N. 94): »Die Medizin, die Alchimie, die Magie und die sonstigen Künste der Verwandlung entbehren deshalb der Genauigkeit der Wahrheit, mag auch die eine im Vergleich zur anderen der Wahrheit näher kommen, so wie die Medizin wahrer ist als die Künste der Umwandlung, wie das aus sich selbst einleuchtend ist.«

²¹ *De ludo* I: h IX, N. 58, Z. 16–20. (Dupré III, 281): »Und wenn es auch unmöglich ist vorauszusagen, in welchem Punkt die Kugel, während sie sich bewegt, zur Ruhe kommt und sie deshalb, weil sie den Kreis irgendwann einmal betritt, noch nicht immer im Kreis zur Ruhe gelangt, so wird man dennoch aus Gewohnheit und fortwährender Tätigkeit in wahrscheinlicher Mußmaßung voraussagen können, daß sie zum Stillstand kommen wird.«

²² *De stat. exper.*: h 2V, N. 162; S. 222, Z. 1–2. (Dupré III, 613) »Ich bin der Meinung, daß man sich mittels des Gewichtsunterschiedes in größerer Wahrheit zu den Geheimnissen der Dinge herantasten und vieles mit Hilfe einer wahrscheinlicheren Mutmaßung wissen kann.«

²³ Ebd. N. 161; S. 221, Z. 6–8. (Dupré III, 613): »Obwohl nichts in dieser Welt letzte Genauigkeit erreichen kann, erfahren wir doch, daß dem Urteil, das mit der Waage gewonnen wurde, größere Wahrheit zukommt, weshalb es allgemein angenommen wird.«

²⁴ A. DEMPSTER, *Upper and lower probabilities* (wie Anm. 4).

²⁵ G. SHAFER, *The Mathematical Theory of Evidence* (wie Anm. 5).

Form von quantifizierten Graden an Sicherheit (= Wahrscheinlichkeiten) machen bzw. verfügbar haben. Das führt zum nächsten Abschnitt.

2. 4 Quantitative Bewertung

In Anbetracht der Wertigkeit, die Cusanus dem Zählen, Messen und Wiegen gibt, sowie dem Einsatz der Mathematik, um Erkenntnisse oder Mutmaßungen zu gewinnen und zu verfeinern und verstärken, ist es naheliegend zu fragen, inwieweit er quantitative Methoden dafür andeutet. Dazu folgende Fundstellen:

»Nec est aliud rationem numerum explicare et illo in constituendis coniecturis uti, quam rationem se ipsa uti ac in sui naturali suprema similitudine cuncta fingere.«²⁶

Der Einsatz der Mathematik zum Aufbau einer Mutmaßungskunst, einer »*Ars coniecturandi*«, wird also ausdrücklich als Möglichkeit gesehen und bejaht.

Wie kann nun die Wahrheitsähnlichkeit, die *verisimilitudo* einer Mutmaßung festgestellt oder bewertet werden? Dazu etwa:

»... dicimus non dubitantes verissimum illud esse, cui omnis sana mens nequit dissentire. Omnes autem investigantes in comparatione praesuppositi certi proportionaliter incertum iudicant. Comparativa igitur est omnis inquisitio medio proportionis utens. Et dum haec quae inquiruntur propinqua proportionali reductione praesupposito possunt comparari, facile est apprehensionis iudicium.«²⁷

Kenner der Stochastik fühlen sich beim Satz über die »Beurteilung von Ungewissem proportional zu einem vorausgesetzten Sicherem« direkt an das Laplace-Zufallsexperiment und den dafür von Laplace entwickelten Wahrscheinlichkeitsbegriff erinnert.

²⁶ *De coni.* I, 2: h III, N. 7, Z. 7–10: »Und wenn die Vernunft die Zahl ausfaltet und sich ihrer beim Aufbau der Mutmaßungen bedient, so ist das nichts anderes, als wenn die Vernunft sich ihrer selbst bedient und alles nach dem höchsten natürlichen Abbild ihrer selbst bildet.«

²⁷ *De docta ign.* I, 1: h I, S. 5, Z. 13–18 (N. 2): »Für die gesichertste Wahrheit aber dürfen wir ohne Zweifel diejenige halten, der kein Mensch, dessen Geist gesund ist, zu widersprechen vermag. Alle Forscher aber beurteilen Ungewisses proportional in einem Vergleich zu einem vorausgesetzten Gewissen (= Sicherem). Alle Forschung ist also vergleichend, indem sie sich des Mittels der Proportion bedient. Und kann nun das, was erforscht wird, näherungsweise durch eine proportionale Rückführung auf Vorausgesetztes verglichen werden, ist das Urteil der Erkenntnis leicht.«

Das meint folgendes: Man betrachte eine Urne mit N Kugeln, von denen R rot und S schwarz sind, so dass also $R + S = N$ ist. Jede Kugel habe die gleiche Wahrscheinlichkeit, aus der Urne gezogen zu werden. Dann ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig aus der Urne gezogene Kugel rot ist, gegeben durch

Anzahl günstiger Fälle / Anzahl möglicher Fälle, d. h. R / N ,
 analog die Wahrscheinlichkeit für eine schwarze Kugel S / N , d. h. $1 - (R / N)$.

Das vorausgesetzte »Sichere« sind hier die N Kugeln, das Ungewisse die Farbe einer zufällig gezogenen Kugel, die Beurteilung des Ungewissen erfolgt mit der Wahrscheinlichkeit, diese ist proportional im Sinne des obigen Quotienten zu ermitteln. Dabei ist natürlich eine entscheidende Voraussetzung, dass jede Kugel die gleiche Wahrscheinlichkeit hat, gezogen zu werden.

Die konkreteste Quantifizierung der Wahrheitsähnlichkeit, d. h. der *verisimilitudo* einer Erkenntnis bzw. einer Mutmaßung habe ich in Nummer 10 der *Docta ignorantia* gefunden. Dort heißt es:

»Non potest igitur finitus intellectus rerum veritatem per similitudinem praecise attingere. Veritas enim non est nec plus nec minus in quodam indivisibili consistens, quam omne non ipsum verum existens praecise mensurare non potest, sicut nec circulum, cuius esse in quodam indivisibili consistit, non-circulus. Intellectus igitur qui non est veritas numquam veritatem adeo praecise comprehendit, quin per infinitum praecisius comprehendere possit, habens se ad veritatem sicut polygonia ad circulum, quae quanto inscripta plurium angulorum fuerit, tanto similior circulo, numquam tamen efficitur aequalis, etiam si angulos in infinitum multiplicaverit, nisi in identitatem cum circulo se resolvat.«²⁸

²⁸ *De docta ign.* I, 3: h I, S. 9, Z. 10–20 (N. 10): »Mit Hilfe der Ähnlichkeitsbeziehung kann folglich ein endlicher Geist die Wahrheit der Dinge nicht genau erreichen. Die Wahrheit ist nämlich kein Mehr und kein Weniger. Sie besteht in einem Unteilbaren. Alles, was nicht das Wahre selbst ist, vermag sie nicht mit Genauigkeit zu messen, vergleichbar dazu, daß der Kreis, der in einer gewissen Unteilbarkeit besteht, keine nichtkreisförmige Figur zu messen vermag. Der Geist also, der nicht die Wahrheit ist, erfährt die Wahrheit niemals so genau, daß sie nicht ins Unendliche immer genauer erfaßt werden könnte. Er verhält sich zur Wahrheit wie das Vieleck zum Kreis. Je mehr man die Zahl der Ecken in einem eingeschriebenen Vieleck vermehrt, desto mehr gleicht es sich dem Kreise an, ohne ihm je gleich zu werden, wollte man auch die Vermehrung der Eckenzahl ins Unendliche fortführen. Das Vieleck müßte sich dazu schon umbilden zur Identität mit dem Kreis.«

Daraus ergibt sich ein *Polygonmodell der Wahrheitsähnlichkeit*, das Otto-Joachim Grüsser, ein Neurophysiologe aus Berlin, 1988 in einem Artikel in der »Zeitschrift für allgemeine Wissenschaftstheorie«²⁹ bespricht. Seines Wissens ist es das erste quantitative Modell zur Bewertung des Grades der Annäherung an die Wahrheit einer Mutmaßung, ja einer wissenschaftlichen Hypothese. Nach dem Polygonmodell des Cusanus nimmt die Wahrheitsähnlichkeit einer Mutmaßung bzw. wissenschaftlichen Hypothese mit der Zahl n der unabhängigen bestätigenden Beobachtungen zu und nähert sich so der Wahrheit an wie sich die Fläche eines gleichseitigen $(n+2)$ -Ecks der Kreisfläche annähert.

Dieses quantitative Erkenntnismodell bzw. der dadurch definierte Grad der Wahrheitsähnlichkeit einer Erkenntnis lässt sich natürlich nicht empirisch, d. h. statistisch, überprüfen. Es kann aber als ein historisch erster Beitrag zu einer Theorie der Evidenz oder einer Theorie der Beweisbarkeit, die oben erwähnt wurde, angesehen werden.

3. Resümée

Cusanus hat noch keinen mathematisch fundierten Wahrscheinlichkeitsbegriff verwandt, erst recht keinen Kalkül damit entwickelt, jedenfalls soweit ich das übersehen kann. Dazu haben zu seiner Zeit die praktischen Aufgaben bzw. Anwendungsbeispiele gefehlt, und er hat wohl auch selbst nicht experimentiert, sondern sich denkerisch auf die Entwicklung seiner Erkenntnislehre konzentriert, dabei aber schon eine Wissenschaftstheorie entwickelt.

Er nähert sich immerhin mit seinem Polygonmodell der Wahrheitsähnlichkeit einer Quantifizierung der »Wahrscheinlichkeit der Wahrheit von Aussagen« an. Dies betrifft genauso seine Methode der Beurteilung von Ungewissem proportional zu einer Gesamtheit von Gewissem. Letzteres kann bei wohlwollender Auslegung sogar als Vorwegnahme des Laplaceschen Wahrscheinlichkeitsbegriffs angesehen werden.

²⁹ O.-J. GRÜSSER, *Ein Erkenntnismodell des Nikolaus von Kues und der Grad der Bewährung einer wissenschaftlichen Hypothese*, in: Zeitschrift für allgemeine Wissenschaftstheorie XIX (1988) 232–238.

Für entscheidend zur Bewertung der im Vortragstitel aufgeworfenen Frage aber halte ich analog zu den Überlegungen Harald Schwaetzers³⁰ folgenden Gedankengang:

Die Konzeption des klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriffs der Stochastik setzt voraus:

- Die Anerkennung von Phänomenen der Unsicherheit und des Zufalls, was zumindest für Denker der damaligen Zeit keine Selbstverständlichkeit war,
- die Anerkennung von Empirie und Experiment, das Zählen, Messen, Wiegen,
- den Einsatz der Mathematik zur Quantifizierung und zum Aufbau eines Kalküls,
- die Hinwendung zu einem relationalen Denken statt dem Verhaftetsein in einer Substanzontologie.

In diesem Sinne hat Cusanus wichtige, notwendige Grundlagen erarbeitet, auf denen ein mathematisch fundierter und für Anwendungen berechtigter Wahrscheinlichkeitsbegriff einschließlich eines ganzen Kalküls entwickelt werden konnte oder hätte entwickelt werden können.

Dass es nach Cusanus noch 200 bis 250 Jahre gedauert hat, bis das geschah, spricht für die Tiefe, den Gehalt und die Weitsicht seines Denkens.

³⁰ H. SCHWAETZER, *Änigmatische Naturwissenschaft*, in: K. Reinhardt, und H. Schwaetzer (Hg.), *Nikolaus von Kues – Vordenker moderner Naturwissenschaft?* (Regensburg 2003) 9–23, hier 10.