

MÖNDCHENQUADRATUR UND DUALE MATHEMATIK BEI LEON ALBERTI UND NIKOLAUS VON KUES*

Von Tom Müller, Trier

I. Beziehungen zwischen Alberti und Cusanus

Um das Jahr 1468 übersandte Leon Battista Alberti drei seiner kleineren Schriften – die Abhandlungen *De Statua*, *De Pictura* und *Elementa Picturae* – an den Bischof von Aleria, Giovanni Andrea Bussi, der als früherer Sekretär des Kardinals Nikolaus von Kues an der Einrichtung der ersten Buch-Druckerei in Rom gearbeitet hatte und damals immer noch als wissenschaftlicher Berater und Herausgeber für die römischen Drucker fungierte. Alberti hatte wohl die Hoffnung in Bussi gesetzt, um seine Werke veröffentlicht zu sehen, doch leider scheiterte dieses Vorhaben an wirtschaftlichen Überlegungen.

Das Bekanntschaftsverhältnis und die Zusammenarbeit zwischen Nikolaus von Kues und Leon Battista Alberti (1404–1472) werden seit geraumer Zeit von zahlreichen Autoren der Cusanus-Forschung untersucht.

Kurt Flasch weist, u. a. wegen ähnlicher Fragestellungen in Albertis um 1450 entstandenen *Ludi mathematici*,¹ auf eine »höchst wahrscheinliche« Zusammenarbeit in dieser Zeit hin, die zum Entstehen des cusanischen Dialogs *Idiota de staticis experimentis* beigetragen haben könnte.² Auch der Sachverhalt, dass beide Gelehrte in diesem Zeitraum nachweislich in Rom und speziell am päpstlichen Hof³ tätig waren, untermauert diese Vermutung.

* Mein Dank geht an die Cusanus-Gesellschaft, die mir durch ihre großzügige finanzielle Unterstützung die Teilnahme am internationalen Cusanus-Symposium über das Mathematik-Verständnis des Nikolaus von Kues im Kloster Irsee ermöglichte, genau wie an die Organisatoren dieser Tagung, Prof. Dr. Friedrich Pukelsheim und Dr. Harald Schwaetzer, für ihre Einladung und ihre wertvolle Unterstützung.

¹ Ein alternativer Titel dieses Werkes ist *Ludi rerum mathematicarum*.

² K. FLASCH, *Nikolaus von Kues. Geschichte einer Entwicklung* (Frankfurt 2001) 326.

³ Papst war damals ihr gemeinsamer Freund Nikolaus V. (Tommaso Parentucelli); vgl. O. BÄTSCHMANN (Hg.), *Alberti, Leon Battista, Das Standbild, Die Malkunst, Grundlagen der Malerei* (Darmstadt 2000) 10 und FLASCH, *Nikolaus von Kues* (wie Anm. 2) 165 oder 181.

Auf eine Zusammenarbeit von Cusanus und Alberti (gemeinsam mit Papst Pius II.) bei der Planung und Durchführung der Umbauarbeiten der Papststadt Pienza hat Jan Pieper hingewiesen,⁴ während Gerhard Wolf auf einen kunsttheoretischen Austausch mit allerdings divergierenden Auslegungen aufmerksam gemacht hat.⁵

Es ist durchaus möglich, dass sich Cusanus und Alberti bereits während ihrer Studentenzeit in Padua kennen gelernt haben: Nikolaus war dort von 1417 bis 1423 an der juristischen Fakultät immatrikuliert⁶ und der Toskaner nach 1421 für einige Zeit in den Fächern Physik und Mathematik eingeschrieben.⁷ Wenn man in Betracht zieht, dass die Bekanntschaft des Cusanus mit Paolo dal Pozzo Toscanelli (1397–1482) sehr wahrscheinlich in einer Mathematikvorlesung zustande kam,⁸ liegt auch ein derartiges Treffen mit Alberti nicht allzu fern.⁹ Gesichert ist jedenfalls die Tatsache, dass Alberti und Toscanelli befreundet waren.¹⁰

Ein weiterer wichtiger Beleg für die cusanische Kenntnis des albertischen Schaffens ist eine in der Handschriftensammlung des Kueser St.-Nikolaus-Stifts erhaltene Abschrift der *Elementa Picturae*.¹¹ Diese *Grundlagen der Malerei* schrieb Alberti ursprünglich in einer *volgare*-Version als eine Art definitionsorientierte und methodische Zusammenfassung zu seinem um 1435 vollendeten kunsttheoretischen Traktat *De Pictura*. Die lateinische Version wurde »wahrscheinlich in den Jahren 1450–1455 für

⁴ J. PIEPER, *Pienza. Der Entwurf einer humanistischen Weltansicht* (Stuttgart 1997).

⁵ G. WOLF, *Schleier und Spiegel. Traditionen des Christusbildes und die Bildkonzepte der Renaissance* (München 2002) 201f.; so auch in der Cusanus Lecture 2004 an der Universität Trier mit dem Titel *Quasi pictor – quasi alter deus* (wird demnächst in gedruckter Form erscheinen).

⁶ M. BÖHLANDT, *Wege ins Unendliche. Die Quadratur des Kreises bei Nikolaus von Kues* (München 2002) 11.

⁷ O. BÄTSCHMANN, *Alberti* (wie Anm. 3) 15.

⁸ M. BÖHLANDT, *Wege ins Unendliche* (wie Anm. 6) 15.

⁹ Dass es keine Erwähnung bei Cusanus über eine solche Begegnung gibt, könnte an der Tatsache liegen, dass Alberti bis frühestens 1428 und spätestens 1432 als illegitimes Kind galt; vgl. hierzu BÄTSCHMANN, *Alberti* (wie Anm. 3) 23.

¹⁰ Ein Beleg hierfür ist u. a. die Tatsache, dass die albertischen *Intercoenales* Toscanelli gewidmet sind; vgl. H. MANCINI (Hg.), *Alberti, Opera Inedita et pauca separatim impressa* (Florenz 1890) 122: »ad Paulum Toscanellum florentinum«.

¹¹ J. MARX, *Vérzeichnis der Handschriften-Sammlung des Hospitals zu Cues bei Bernkastel a. Mosel* (Trier 1905) 110: Cod. 112 [. . .]; fol. 67–73. Leonis Baptiste Alberti *Elementa artis pictoriae*.

Theodorus Gaza¹² verfasst, dem die Schrift auch gewidmet ist. Die Kueser Handschrift, welche die Widmung enthält, muss also in den letzten fünfzehn Lebensjahren des Kardinals in dessen Besitz gelangt sein.

Was allerdings den Austausch der beiden Gelehrten auf dem Gebiet der Mathematik angeht, so ist dieser noch weitestgehend unerforscht. Wir wollen nachfolgend einige quellenkundliche Indizien und Parallelen in einigen Werken der beiden Frührenaissanceler anführen, die einen solchen Austausch nahe legen.

II. *De lunularum quadratura* und die *Quadratura per lunulas*

In den 1890 von Hieronymo Mancini editierten *Opera inedita* des Leon Battista Alberti findet sich eine scheinbar als unilate Handschrift erhaltene Quadraturabhandlung in toskanischer Sprache mit dem lateinischen Titel *De lunularum quadratura*.

Diese ist ein Bestandteil des Codex cl. VI, num. 243 aus der florentinischen Magliabechiano-Bibliothek¹³ mit dem Titel *Ludi matematici*. In anderen Handschriften der *Spiele* fehlt die Quadratureschrift.¹⁴

¹² O. BÄTSCHMANN, *Alberti* (wie Anm. 3) 356f.

¹³ Der Codex ist heute im Besitz der Biblioteca nazionale in Florenz.

¹⁴ H. MANCINI, *Alberti* (wie Anm. 10) 305: »Ex codice Florentino bibliothecae Magliabechianae 243, classis VI, f.° 77, qui ALBERTI libellum Ludi matematici inscriptum complectitur. – Hujus problematis solutio desideratur in codicibus Florentinis bibliothecae Riccardianae n.° 2110 et n.° 2942, nec non in n.° 3 bibliothecae Morenianae et in editionibus opusculi Ludi matematici a BARTOLO et BONUCCIO curatis. – Franciscus SIACCI perillustris mathematicus problema revisit et figurae formam, quae in codice deerat addere voluit. Problema solutum a Baptista ALBERTO conjicio, sed certissima notitia deest.« Wie im letzten Satz dieser mancinesischen Vorbemerkung angedeutet, ist die Authentizität der Quadratureschrift nicht gänzlich gesichert. Der Wissenschaftshistoriker Siacci hielt sie für echt und auch Mazzatinti beschreibt den Codex in seinen *Inventari dei Manoscritti delle biblioteche d'Italia* (vol. XII, p. 172) als 1546 entstandene Abschrift einer »zerrissenen und schlecht geschriebenen Kopie«, die verschiedene Werke über das Messen (*Opera de misure diverse*) von Alberti zusammenstellt. Grayson hat den Text dieser Mündchenquadratur in den 1973 editierten italienischsprachigen Werken jedoch aus nicht weiter erläuterten Gründen ausgeschlossen und nicht als Bestandteil der *Ludi matematici* gewertet (vgl. C. GRAYSON, *Leon Battista Alberti, Opere volgari, volume terzo* [Bari 1973] 352).

Eine genaue Datierung liegt leider nicht vor. Ist diese kurze Abhandlung jedoch tatsächlich ein ursprünglicher Teil der bereits oben erwähnten *Ludi mathematici*, so ist eine Entstehung um 1450 wahrscheinlich.

Einleitend führt Alberti eine gängige Meinung über die Durchführbarkeit der Kreisquadratur an, und sagt mit Verweis auf Aristoteles als Autorität: »*che quadratura circuli est scibilis, sed non scita*«.

Im ersten Abschnitt der cusanischen *Quadratura Circuli*, die auf Sommer 1453 datiert wird¹⁵, heißt es mit dem gleichen Wortlaut: »*de Quadratura circuli scibili et non scita*«¹⁶.

Die Bedeutung, die Alberti dieser Wendung des »*scibilis*« zuordnet, ist nicht ganz klar. Die Abhandlung beginnt mit:

»Entgegen der Meinungen von vielen, die sagen, dass die zwischen gekrümmten und kreisförmigen Linien enthaltenen Figuren nicht vollkommen in ihre Quadratur gebracht werden können, höchstens solche, die Kreisteile sind; diese sagen das, meiner Meinung nach mit Aristoteles als Autorität, der sagte, dass die Quadratur des Kreises wissensmöglich aber nicht gewusst ist, denn dies sei ein Unvermögen der Natur; und so können wir keine vollständige Quadratur des Kreises angeben, weshalb sie argumentieren, dass auch die vollständige Quadratur der wie oben angegebenen zwischen gekrümmten oder kreisförmigen Linien enthaltenen Figuren unmöglich ist;

nichtsdestoweniger sage ich, der ich die vollständige Quadratur der hier angegebenen Figur finde, nämlich dieser zweiwinkligen in Form eines Mondes bezeichnet mit AB – wenn ich eingehendere Forschungen angestrebt hätte –, dass, da die Quadratur des Kreises im Unvermögen der Natur ist, sie gleichermaßen auch in jenem der Menschen sein müsste.«¹⁷

¹⁵ M. BÖHLANDT, *Wege ins Unendliche* (wie Anm. 6) 74f.

¹⁶ *Quadratura circuli: Nikolaus von Cues. Die mathematischen Schriften*, übers. von Josepha Hofmann, mit einer Einführung und Anmerkungen versehen von Joseph Ehrenfried Hofmann (=NvKdÜ H. 11, Hamburg 1952, 2. verb. Aufl. Hamburg 1979) 58 = b, 1091.

¹⁷ H. MANCINI, *Alberti* (wie Anm. 10) 305: Contro l'opponioni de molti che dicono che le figure contenute da linee curve e circolare perfettamente non si dà la loro quadratura, maximamente di quelle che sono portion de circuli, questo dicono al mio giuditio per la auctorità d'Aristotele che dice che quadratura circuli est scibilis, sed non scita quia est impotentia naturae; et non potendosi dare perfettamente la quadratura del circulo, de qui argumentano essere impossibile il quadrar perfettamente le figure contenute da linee curve seu circolare ut supra; pertanto io che perfettamente trovo la quadratura della figura qui depincta, zoè di quella biangula in forma di luna signata AB, dico, che se havessimo accurati indagatori, che si come la quadratura del circulo è impotentia de la natura, che similmente seria in quella de gli homeni.

Alberti scheint also davon auszugehen, dass die Kreisquadratur aufgrund des Unvermögens des menschlichen Geistes – als Teil der »Natur«, und somit der »endlichen Welt« – nicht erreichbar ist, weshalb das »wissensmögliche« nicht im rein geometrischen Sinne von »konstruierbar« gelesen werden kann, sondern metaphysisch zu verstehen ist.¹⁸

Auch Cusanus hält das Problem der Kreisquadratur auf rein verstandeshafter Ebene für nicht lösbar, während er eine intellektuale Lösung z. B. mittels des Prinzips der *coincidentia oppositorum* für durchaus erreichbar ansieht.¹⁹

Im zweiten Buch seiner *De mathematicis complementis* (endgültig vollendet im Spätherbst 1454)²⁰ behandelt Nikolaus von Kues ebenfalls eine Quadratur *per lunas*. Er beschreibt hierin die Konstruktion von drei kongruenten Dreiecken über dem von einer gegebenen Kreissehne und dem Kreismittelpunkt gebildeten Dreieck mit dem Ziel, ein zum von der Sehne abgeschnittenen Mönchchen flächengleiches Dreieck zu erhalten, dessen Höhe dann die gesuchte Quadratseite liefert. Dabei wälzt er allerdings das Quadraturproblem auf das äquivalente Rektifikationsproblem ab, da die Konstruktion einer Strecke (unten im Beispiel *gb* genannt) mit einer dem Mönchchenbogen gleichen Länge erforderlich ist, und liefert in der Absicht, dieses Problem zu beheben, ein ziemlich umständliches Annäherungsverfahren.²¹

Die Idee einer Mönchchenquadratur stammt – wie u. a. Simplicios in seinem Kommentar zur aristotelischen *Physik* berichtet – ursprünglich von Hippokrates von Chios (ca. 440 v. Chr.)²² und basiert auf der Annahme, dass der Lehrsatz des Pythagoras auf gewisse Kreisbögen über-

¹⁸ Es bleibt in diesem Kontext zu überprüfen, in wieweit sich diese Formulierung auch bei anderen zeitgenössischen Autoren wiederfindet und wie diese gegebenenfalls »wissensmöglich« definierten und interpretierten.

¹⁹ Cusanus erwähnt in seinem ersten Traktat über die Kreisquadratur, den *De geometricis transmutationibus* von 1445, ebenfalls eine Art von »Unvermögen der Natur«, die er aber eher als »Unwillen der Natur« auslegt. Die unzähligen vergeblichen Versuche, die dem Quadraturproblem gewidmet wurden, hätten nämlich die Meinung hervorgebracht, die Natur selbst wehre sich gegen den Zusammenfall der Gegensätze von Kreis und Quadrat. Vgl. *Nikolaus von Cues. Die mathematischen Schriften* (wie Anm. 16) 4–5.

²⁰ M. BÖHLANDT, *Wege ins Unendliche* (wie Anm. 6) 72.

²¹ *Nikolaus von Cues. Die mathematischen Schriften* (wie Anm. 16) 110–115 = b, 1058–1065.

²² Vgl. hierzu T. HEATH, *A History of greek mathematics*, volume 1 (Oxford 1921) 173 u. 183ff.

tragen werden darf. Die überlieferte Konstruktionsmethode des Altgriechen ist allerdings bis auf die Idee zum Verhältnissatzes deutlich von der des Kardinals verschieden, weshalb die Quellenforschung bis heute nicht gänzlich klären konnte, woher er seine diesbezüglichen Informationen bezogen hat. Es spricht vieles dafür, dass Nikolaus beim Verfassen der *Ergänzungen* keine schriftliche Quelle unmittelbar herangezogen hat und das zuvor – vielleicht nur flüchtig – studierte Verfahren aus dem Gedächtnis rekonstruierte.

Die gängige Kommentarliteratur nennt eine 1428 von Cusanus eigenhändig abgeschriebene Quadraturschrift des Raimundus Lullus (1233–1315) und die *Geometrica speculativa* des Thomas Bredwardine (ca. 1290–1349) als die die Mönchchenquadratur erwähnenden Quellen.²³ Es ist aber durchaus denkbar, dass Cusanus hierbei ebenfalls auf Alberti, dessen Methode recht nahe an die überlieferte hippokratische heranreicht, zurückgegriffen haben könnte.

Deutlich zeigt sich die bereits von Flasch unterstrichene Rezeption der albertischen *Ludi mathematici* durch Cusanus im Anschluss an das Mönchchen-Verfahren in Form eines Zahlenbeispiels mit der den Viertelkreis abschneidenden Sehne. Bei Alberti, der in seinen *Mathematischen Spielen* der Einfachheit halber den damals weit verbreiteten Wert $\pi = 3 + \frac{1}{7}$ – die obere Schranke der archimedischen Grenzen – benützt, verwendet die folgenden passend gewählten Werte:

»Wenn das Feld kreisförmig ist, muss man die Länge seines Durchmessers mit **drei und einem Siebtel** multiplizieren [um den Umfang zu erhalten]. Sagen wir, **der Durchmesser messe vierzehn Schritte**, multipliziert mit drei und einem Siebtel macht **vierundvierzig Schritte**, [. . .].²⁴

Genauso Cusanus, der mit der umgekehrten Überlegung auf den Wert der Kreiszahl schließt:

»**Der Halbmesser 10 sei 7**, sein Quadrat 49; dann ist bc gleich der Wurzel aus 98 und ef die Wurzel aus 196. **gh werde gleich 11 gesetzt**; das Quadrat ist 121. Ziehe davon 98 ab, dann verbleiben 23. Nimm das Doppelte hiervon, nämlich 46, von 196 weg, dann bleiben 150. Wenn das Produkt aus 7 und $5 + \frac{1}{2}$ gleich wäre dem Produkt aus

²³ M. BÖHLANDT, *Wege ins Unendliche* (wie Anm. 6) 90 oder *Nikolaus von Cues. Die mathematischen Schriften* (wie Anm. 16) Xf., 227f.

²⁴ C. GRAYSON, *Alberti* (wie Anm. 14) 154 (Z. 19–22): Se 'l campo sarà circolare, bisogna pigliare la sua larghezza e moltiplicarla tre volte e un settimo. Verbigrazia, se sarà largo passi quattordici, questo moltiplicato in tre e un settimo fa quarantaquattro passi, [. . .]

der Hälfte der Wurzel aus 150 mit sich selbst oder, was das selbe ist, am mal ml, dann hättest Du das Gesuchte, und ml wäre die Seite des dem Kreis flächengleichen Quadrats, **und der Viertelumfang wäre 11**. Aber wenn Du genau rechnest, so findest Du, daß 11 etwas zu groß ist.²⁵

Mit der Wahl des Radius 7 (= Durchmesser 14) kann er somit die gesuchte, rektifizierte Strecke mit der Länge des Viertelsbogens gleich 11 ($= \frac{1}{4} \cdot 44$) ansetzen, und erhält damit in Umkehrung des albertischen Beispiels konsequenterweise den Wert $\pi = 3 + \frac{1}{7}$, der sich allerdings, wie sowohl Alberti als auch der Kardinal bezeugen, bei genauerer Untersuchung als unexakt und zu groß herausstellt. Die Gesamtheit der hier angeführten Überlegungen zusammen mit den historischen Gegebenheiten liefern ein Indiz dafür, dass Cusanus zumindest Teile des mathematischen Werkes Albertis gekannt hat.

III. Duale Mathematik

Seit Menschengedenken zeigt sich die Mathematik mit zwei Gesichtern. Sie fasziniert den Geist durch ihre Klarheit, Sicherheit und Übertragbarkeit auf die sinnlich wahrnehmbare Welt, und dient ihm aber gleichzeitig auch als Grundlage für Spekulationen über die versteckten Dinge in und außerhalb der Welt, und hilft so in gewisser Weise diese »sichtbar« zu machen.

Man kann aufgrund ihrer funktionalen Zielsetzung folgende beiden Formen von Mathematik unterscheiden:

Die *deduktive Mathematik* lässt sich als logisches Vehikel des Berechenbar-, bzw. Vorhersagbarmachens verstehen. Ausgehend von grundlegenden Annahmen (z. B. Axiomen, Prämissen, . . .) errichtet der Mathematiker vermittels rein logischer Folgerungsketten eine in sich zusammenhängende Welt aus Definitionen, Sätzen und Beweisen. Nach der Anwendung der deduktiven Mathematik unterscheidet man sie in reine Mathematik, d. h. das allein vom menschlichen Geist unabhängig von weltlichen Dingen erzeugte mathematische Gefüge aus Zeichen und Zusammenhängen, und angewandte Mathematik, also z. B. die modernen Naturwissenschaften. Die reine Mathematik ist dabei als reines Kon-

²⁵ Vgl. *Nikolaus von Cues. Die mathematischen Schriften* (wie Anm. 16) 114 = b, 1060.

strukt des menschlichen Geistes für diesen auch die einzige sichere Erkenntnisquelle, während die angewandte Mathematik den Versuch des Geistes beschreibt die ihn mittelbar umgebende Welt fassbar zu machen; bei diesem Erkenntnisgang kommt es zwangsläufig zu einem Verlust der Genauigkeit. Im üblichen Sprachgebrauch ist es die deduktive Mathematik, die man einfach nur als »Mathematik« bezeichnet.

Die *induktive Mathematik* ist demgegenüber ein morphogenetisches Vehikel des Anschaulich- und Anschaubarmachens. Hier überwiegt das von den betrachteten mathematischen Objekten und Konzepten erzeugte erklärende, bzw. vorstellungserzeugende Element gegenüber der Forderung nach *Euklidischer Strenge*.²⁶ Es ist sogar in einigen Fällen zulässig, ja sogar notwendig, dass die induktive Mathematik die Grenzen der Logik »sprengt«, um bestimmte Vorstellungen oder »Ahnungen« zu erzeugen und so die von ihrem Erschaffer in die von ihr behandelten Dinge hinein induzierten Ideen zu vermitteln. Die Anwendung dieser induktiven Mathematik durchzieht sowohl nahezu alle Tätigkeitsfelder des Menschen als auch seine gesamte Geschichte: von der Figuren- und Zahlensymbolik und -mystik der Pythagoräer und ihrer Nachfolger, bzw. Gegner, bis hin zur modernen und zeitgenössischen Malerei.²⁷

Während die deduktive Mathematik seit der hellenistischen Epoche besteht und seit dieser Zeit als Wissenschaft betrachtet wird, erlebte die induktive Mathematik – je nach Zweck, den man ihr zusprach – im Laufe der Zeit immer wieder neue Deutungen bezüglich ihrer Verwendbarkeit und Bedeutung für die menschliche Erkenntnis.

²⁶ Dieser Begriff stammt aus G. FREGE, *Grundlagen der Arithmetik* (jetzt: Hamburg 1988).

²⁷ Prominente Beispiele hierfür sind die surrealistischen Konstruktionen von René Magritte – darunter vor allem *Les promenades d'Euclide* (1953) – oder die »unmöglichen Figuren« von M. C. Escher. Vgl. dazu E. BRUNO, *Der Zauberspiegel des M. C. Escher* (Köln 2002) 65 oder 87.

IV. ratio- und intellectus-Mathematik bei Nikolaus von Kues

Auch wenn Cusanus die beiden oben beschriebenen Formen der Mathematik nicht als solche begrifflich trennt,²⁸ lässt sich in seinem mathematischen und philosophischen Werk doch eine diesbezügliche erkenntnistheoretische Trennung und Anwendung differenzieren. Man kann sogar behaupten, dass Nikolaus von Kues dazu übergeht, die deduktive und induktive Mathematik als grundlegende Konzepte in seine Erkenntnistheorie einzubetten.

Zum Einen ist die deduktive Mathematik jene mathematische Form, die im menschlichen Geist von der *ratio* erschaffen und betrieben wird, während die induktive Mathematik – zwar auf die von der *ratio* hervorgebrachten und bereitgestellten sicheren Aussagen und Symbole zurückgreifend – in den Wirkungsbereich des *intellectus* fällt und diesen somit bei seinem Versuch eine möglichst klare Anschauung des Größten zu erreichen unterstützt. Diese prinzipielle Trennung lässt sich bereits deutlich im Hauptwerk *De docta ignorantia* (vollendet 1440) aufzeigen, in dem er das Fundament seines *mathematico-theologischen*²⁹ Werkes legt, und durch sein gesamtes darauf aufbauendes Schaffen weiter verfolgen.

Im ersten Kapitel gibt Cusanus im Zusammenhang mit seiner Erklärung, dass die verstandhafte Erkenntnis stets durch Vergleichen und Ins-Verhältnis-Setzen von zu Untersuchendem mit Gesichertem zustande kommt,³⁰ die folgende Einschätzung der (deduktiven) Mathematik:

»Ist nun der Bezug des Untersuchungsgegenstandes, der diesen auf die Voraussetzungen zurückführt, naheliegend, so ist das Urteil über das Gewonnene leicht. Sind dagegen viele Zwischenglieder notwendig, so kostet es schwierige Arbeit. Bekannt ist diese Tatsache in der Mathematik; [. . .]«

und illustriert dies anhand der deduktiven Vorgehensweise

»[. . .] die ersten Sätze lassen sich ziemlich leicht aus den ersten evidenten Prinzipien ableiten. Bei den späteren wird es schon schwieriger, da man sich der Vermittlung dieser früher abgeleiteten Sätze bedienen muss.«³¹

²⁸ D. h. er benützt nicht die Begriffe *deduktive* oder *induktive* Mathematik.

²⁹ Dieser Begriff wurde von K. Flasch geprägt.

³⁰ *De docta ign.* I, 1: h I, S. 5, Z. 14–16 (N. 2): Omnes autem investigantes in comparatione praesuppositi certi proportionabiliter incertum iudicant. Comparativa igitur est omnis inquisitio medio proportionis utens.

³¹ Ebd. Z. 16–22 (N. 2): Et dum haec, quae inquiruntur, propinqua proportionali reduc-

Als Vermittler dieser Verhältnisse zwischen der wahrnehmbaren Welt und ihrer Erkenntnis durch den menschlichen Geist dient die von der *ratio* erschaffene Zahl, die im Endlichen verhaftet ist, da sie stets ein Größer und ein Kleiner zulässt.³² Alles Benennbare wird vom Verstand in Zahl gesetzt, und mehr noch gilt die Umkehrung:

»Hebt man die Zahl auf, so verschwindet die Unterscheidung, die Ordnung, die Proportion, die Harmonie der Dinge und damit die Vielheit des Seienden selbst.«³³

Die Zahl ist also die Grundlage sämtlicher rationaler Erkenntnis der sich durch Vielheit auszeichnenden Dinge der Welt. Trotz einer gewissen Inkommensurabilität zwischen diesen Dingen der Physik und der menschlichen *mens* erlaubt die Mathematik jene doch in einer mehr oder weniger guten Annäherung – die man aber unter zusätzlichen Anstrengungen prinzipiell beliebig genau, aber nie exakt, gestalten kann – zu beschreiben und berechenbar zu machen. Von Cusanus selbst behandelte diesbezügliche Beispiele sind etwa die Planetenbahnen und die Kalenderberechnungen in seiner 1436 auf dem Baseler Konzil vorgelegten Frühschrift *De correctione kalendarii*³⁴ oder später in *Idiota de staticis experimentis*, wo er sich darüber im Klaren zeigt, dass die Waage – als Werkzeug zur Quantifizierung der Welt – »niemals absolute Genauigkeit liefert, sondern nur ein Instrument ist, welches relativ exakter als andere ist.«³⁵

Somit ist die deduktive Mathematik mit der *ratio* verhaftet und schöpft ihre Schaffenskraft und Sicherheit aus dem Sein und Wesen ihrer eigenen Dinge, die sie dann auf die durch Sinneseindruck gewonnenen Wahrnehmungen überführt, und uns eine mehr oder weniger genaue Erkenntnis der uns umgebenden und mit unserem Geist zuweilen inkommensurablen Welt liefert.

tione praesupposito possunt comparari, facile est apprehensionis iudicium; dum multis mediis opus habemus, difficultas et labor exoritur; uti haec in mathematicis nota sunt, ubi ad prima notissima principia priores propositiones facilius reducuntur et posteriores, quoniam non nisi per medium priorum, difficilius.

³² Ebd.: h I, S. 11–13 (NN. 13–14).

³³ Ebd.: h I, S. 12, Z. 5–6 (N. 13): Sublato enim numero cessant rerum discretio, ordo, proportio, harmonia atque ipsa entium pluralitas.

³⁴ M. BÖHLANDT, *Wege ins Unendliche* (wie Anm. 6) 20–25.

³⁵ H. SCHWAETZER, *Änigmatische Naturwissenschaft, Nicolaus Cusanus und die frühneuzeitliche Naturwissenschaft*, in: K. Reinhardt / H. Schwaetzer (Hg.), *Nikolaus von Kues – Vor-denker moderner Naturwissenschaft?* (Regensburg 2003) 15.

Was aber das Unendliche und das absolut Größte angeht, so übersteigen diese die Möglichkeiten der *ratio*, die sie weder zu erfassen noch zu benennen vermag. Es besteht eine evidente *Disproportionalität des Unendlichen gegenüber dem Endlichen*.³⁶ Dieses gewissermaßen als Axiom eingesetzte Prinzip einer metaphysischen Inkommensurabilität³⁷ zwischen dem verstandhaften Erkenntnisvermögen und dem dieses transzendierenden, aber höchst erkennenswürdigen und angestrebten Bereich des Unendlichen – ist es ja gerade ein Erfassen des Unendlichen und seiner Eigenschaften, die sich besonders gut als Bild (*aenigma*) für ein Erfassen des göttlichen Werkes eignen und somit auch eine bessere Gotteserkenntnis erlauben – macht einen alternativen Weg zu der Anschauung dieser Dinge hin notwendig.

Diesen Weg vermag der *intellectus* zu gehen, indem er die Eigenschaften der deduktiven Mathematik und hier vor allem die der endlichen geometrischen Figuren bis in den nicht rational begreifbaren Bereich des Unendlichen erweitert, wodurch die Eigenschaften der unendlichen Figuren eingesehen werden können:

»Da uns zu den göttlichen Dingen nur der Zugang durch Symbole als Wege offensteht, so ist es recht passend, wenn wir uns wegen ihrer unverrückbaren Sicherheit mathematischer Symbole bedienen.«³⁸

Hier beginnt die mathematische Spekulation über das Unendliche, in der die logischen Strukturen des Verstandes notwendigerweise nicht mehr alle Bestand haben können. Cusanus betreibt diese intellektuale Mathematik in der Absicht die gewonnenen Ergebnisse später auf das göttliche Werk zu »projizieren« um »auf diese Weise den Schöpfer wie im Spiegel und Sinnbild für den erkennenden Blick der Geschöpfe zugänglich« zu machen.³⁹

Die in den ersten Kapiteln nachgewiesene Eindeutigkeit des Unendlichen – in den induktiv-mathematischen Kapiteln (11–21) gewissermaßen als Axiom zur Begründung der weiteren Überlegungen gesetzt – impliziert nun, dass jeder Teil dieses Unendlichen wieder das Unendliche

³⁶ *De docta ign.* I, 3: h I, S. 8, Z. 20–21 (N. 9).

³⁷ J. HIRSCHBERGER, *Das Prinzip der Inkommensurabilität bei Nikolaus von Kues*, in: MFCG 11 (1975) 40.

³⁸ *De docta ign.* I, 11: h I, S. 24, Z. 6–8 (N. 32): [. . .] cum ad divina non nisi per symbola accedendi nobis via pateat, quod tunc mathematicalibus signis propter ipsorum incorruptibilem certitudinem convenientius uti poterimus.

³⁹ Ebd. 11: h I, S. 22, Z. 5–6 (N. 30).

selbst sein muss. Als Konsequenz hieraus ergibt sich der Zusammenfall aller »unendlichen« Figuren. Als grundlegendste unendliche Figur führt Cusanus die Gerade an, aus der sich durch Drehung in der Ebene der unendliche Kreis erzeugen lässt, der wiederum durch Drehung im Raum die unendliche Kugel impliziert. Auch das unendliche Dreieck, d. h. das Dreieck mit jeweils unendlich langen Seiten, muss mit dem Kreis und somit auch mit der Geraden zusammenfallen. An dieser Stelle unterstreicht Cusanus nochmals, dass dieser Sachverhalt – dass »die Linie Dreieck sein kann« – die Begriffsfähigkeit des Verstandes übersteigt, die Vernunft den »Aufstieg vom quantitativ bestimmten zum quantitativ nicht bestimmten Dreieck«⁴⁰ jedoch einfach zu bewältigen vermag.⁴¹

Damit hat die Mathematik schließlich die Grundlage für das eigentlich von Cusanus angestrebte Ergebnis gelegt: die Gotteserkenntnis. Zu dieser hin eröffnet er vermittels der symbolischen Transposition der Eigenschaften der unendlichen Figuren auf das absolut Größte, d. h. Gott als größte Einheit und Seiendheit, die sich als Trinität zeigt, einen Zugang: So wie das unendliche Dreieck zugleich unendliche Linie ist, so ist auch Gott die dreifache Einheit, und so wie sich die unendliche Figur zur endlichen – die ihr Sein aus der ersteren erfährt, und gemessen an ihr keine wesentlichen Unterschiede zu anderen endlichen Figuren ausweist, sondern nur im direkten Vergleich mit diesen Teil einer Vielfachheit ist – verhält, so ist auch das »Verhältnis« zwischen Gott und dem Menschen, der ihn zu erkennen sucht. Als höchstes Instrument zur größtmöglichen Annäherung an dieses Ziel dient dem Menschen demnach die *visio intellectualis*,⁴² die höhere Anschauung dieser Dinge vermittels des *intellectus*.

Die in *De docta ignorantia* eingeführte Verwendung der Mathematik durchzieht das gesamte weitere Werk des Nikolaus von Kues und bleibt in seinem Grundkonzept durch die Jahre hindurch weitestgehend das gleiche, wenngleich er in seinen späteren Werken noch viele Begriffe und Ansätze genauer definiert (am wichtigsten ist sicherlich die schärfere Differenzierung von Verstand und Vernunft in *De coniecturis*) und

⁴⁰ Ebd. 14: h I, S. 28, Z. 13–14 (N. 38): per ascensionem a triangulo quanto ad non-quantum.

⁴¹ Ebd.: h I, S. 27, Z. 25.

⁴² Für detailliertere Ausführungen zur Funktionsweise und Bedeutung der *visio intellectualis* bei Cusanus vgl. B. HELANDER, *Die visio intellectualis als Erkenntnisweg und -ziel des Nicolaus Cusanus* (Uppsala 1988).

erläutert, und so seine Theorie immer weiter verfeinert und »ausrundet«. Die deduktive Mathematik und die induktive als Instrument seiner philosophisch-theologischen Spekulation verschmelzen komplementär zu einer Gesamtheit.

Selbst die frühen Traktate, in denen er sich scheinbar nur mit reiner Mathematik beschäftigt, d. h. seine Quadraturschriften, tragen immer auch einen metaphysischen Charakter in sich. Die von der *ratio* ausgeschlossene Idee der Koinzidenz der Gegensätze (Koinzidenz der Extreme), die aus der intellektualen Anschauung entfaltet wird, findet sich als geometrisches Argument besonders deutlich in den Schriften *Transmutationes geometricae*, *De arithmetiis complementis* und *De circuli quadratura*.⁴³ Auch in seinen anderen Mathematik-Schriften greift er immer wieder auf die Hilfe der *visio intellectualis* als Schlussmittel zurück, so etwa im von ihm selbst als bestes seiner mathematischen Werke bezeichneten Traktat *De mathematica perfectione*.⁴⁴ Nicht zuletzt deshalb gelangt Cusanus auch an mehreren Stellen zum Schluss, dass ein Kreis – Symbol für die Vollkommenheit des göttlichen Wissens – nicht mit den Mitteln des Verstandes in ein flächengleiches Quadrat – Symbol für die Unvollkommenheit des menschlichen Wissens – überführt werden kann, würde dies doch bedeuten, dass es dem Menschen möglich wäre sich Gott bis zur Gleichheit anzunähern.

Eine analoge Symbolik bezüglich der vollkommenen Kugel als Gotnessymbol und der gedellten und deshalb unberechenbaren Kugel als Symbol für den Menschen durchzieht das Werk *De ludo globi*.

Wie sehr die Mathematik in ihrer deduktiven-rationalen Form in der Erkenntnis der Welt und in ihrer induktiven-intellektualen Form in der Erkenntnis des aktuell Größten für Cusanus zusammenhängen, zeigt auch sein »doppelbändiges« Werk *De mathematicis complementis* und *De theologicis complementis*, die er selbst als zusammenhängende Abhandlung verstand und darum bat, die beiden Schriften stets nur gemeinsam zu kopieren,⁴⁵ um Missdeutungen eines der beiden Teile zu verhindern.

⁴³ Vgl. hierzu *Nikolaus von Cues. Die mathematischen Schriften* (wie Anm. 16) XIV-XVII u. XXI-XXIV.

⁴⁴ Ebd. 162.

⁴⁵ Ein Quadraturverfahren in den *Mathematischen Ergänzungen* enthielt einen schwerwiegenden Fehler, auf den ihn u. a. sein Freund Toscanelli aufmerksam gemacht hat. Um negative Auswirkungen auf sein mathematisch begründetes philosophisch/theologi-

Bemerkenswert sind in diesem Zusammenhang sicherlich auch die folgenden zu Beginn der Abhandlung *De circuli quadratura* angeführten Zeilen:

»Wisse aber, dass ich den Gegenstand [d. h. die Kreisquadratur] Deinetwegen so behandelt habe, damit Du nach Verlassen der mathematischen Wissenschaft Dich durch die Angleichung dieser Abhandlung leichter auf das Gebiet der Theologie bewegen kannst.«⁴⁶

In seinem um 1460 verfassten *Dialogus de possess* gibt Cusanus schließlich eine Zusammenfassung seines dualen Mathematikverständnisses. So erklärt der Kardinal seinem Gesprächspartner Johannes auf dessen Frage, ob unsere *scientia* die genaue Wahrheit erreiche oder nicht:

»Denn in der Mathematik wird das, was aus unserem Verstand hervorgeht, und was wir uns selbst als seinem Ursprung innewohnend erfahren, von uns als unser, bzw. unseres Verstandes Ding genau gewusst, nämlich in der dem Verstand entsprechenden Genauigkeit, aus der es hervorgeht, so wie die wirklichen Dinge genau gewusst werden mit der göttlichen Genauigkeit, aus der sie ins Sein hervorgehen. Und jene mathematischen Dinge sind weder etwas noch etwas So-Beschaffenes, sondern sie sind Begriffliches, das von unserem Verstand hervorgebracht ist, ohne das er nicht an seine Arbeit – Bauen, Messen und so weiter – gehen könnte.«⁴⁷

Eine schöne Charakterisierung der deduktiven Mathematik. Doch mit der induktiven verhält es sich folgendermaßen:

»Aber die göttlichen Werke, die aus der göttlichen Vernunft hervorgehen, bleiben uns wie sie genau sind, unbekannt, [. . .]. Und wenn wir von ihnen irgendeine Kenntnis haben, so gewinnen wir sie aus dem Sinnbild und Spiegel der *kognitiven* Mathematik, [. . .]. Die Figur des Dreiecks erkennen wir, weil sie vorstellbar ist, [. . .]. Alles aber, was nicht unter den Begriff Vielheit oder Größe fällt, kann weder begriffen noch vorgestellt werden, noch kann von ihm ein Vorstellungsbild (*phantasma*) entstehen; und so kann es auch nicht genau erkannt werden. Denn jeder der venünftig erkennt, muss Vorstellungen anschauen.«⁴⁸

sches Werk zu verhindern, wurden die *Theologischen Ergänzungen* als erklärende und kommentierende Schrift hinzugefügt; vgl. M. BÖHLANDT, *Wege ins Unendliche* (wie Anm. 6) 88.

⁴⁶ Nikolaus von Cues. *Die mathematischen Schriften* (wie Anm. 16) 36.

⁴⁷ *De poss.*: h XI/2, N. 43, Z. 7–15: Oportet ut consideretur id quod dicitur. Nam in mathematicis quae ex nostra ratione procedunt et nobis experimur inesse sicut in suo principio per nos ut nostra seu rationis entia sciuntur praecise, scilicet praecisione tali rationali a qua prodeunt, sicut realia sciuntur praecise praecisione divina a qua in esse procedunt. Et non sunt illa mathematicalia neque quid neque quale sed notionalia a ratione nostra elicita, sine quibus non posset in suum opus procedere, scilicet aedificare, mensurare et cetera.

⁴⁸ Ebd.: N. 43, Z. 15–29: Sed opera divina, quae ex divino intellectu procedunt, manent

An dieser Stelle deutet Cusanus eine begriffliche Trennung an zwischen der Mathematik des Verstandes, und jener, der die Charakterisierung des Kognitiven zufällt, und die den Menschen als »Sinnbild und Spiegel« näher an die Erkenntnis der göttlichen Werke zu führen vermag indem sie der menschlichen Vernunft eine diesbezügliche Vorstellung (*intelligentem phantasmata*) vermittelt. Dabei liefert diese anzuschauende Vorstellung nur symbolisch begründete Erkenntnis, die »daber diese Dinge mehr berührt, dass sie sind, als was sie sind«. Die höhere Erkenntnis kann nur unter dem Opfer der Genauigkeit und der streng logischen Deduktion erlangt werden.

Obwohl Cusanus sich in seinen späteren mathematischen Schriften zusehends in die Richtung einer möglichst reinen Deduktivität bewegt, scheint es grundsätzlich unmöglich zu sein, das mathematische und philosophische Werk mit einem glatten Schnitt zu trennen. Beides sind grundlegende Aspekte, ja sogar die Voraussetzung für eine cusanische Erkenntnistheorie, die stets die Gotteserkenntnis als ihr Hauptziel auszeichnet, und sollten demnach auch stets als ein Ganzes und Zusammenhängendes betrachtet werden: Sein Philosophieren ist ohne seine Mathematik nicht nachvollziehbar und umgekehrt.

Trennt man sie dennoch, so kommt es zwangsläufig zu den stark polarisierten und polarisierenden Standpunkten, ob er nur ein »lächerlicher Geometer«⁴⁹ war oder nicht.

Sicherlich genügen die Herleitungen und Resultate in den so genannten rein mathematischen Schriften nicht heutigen Standards und sind stellenweise sogar schlichtweg falsch,⁵⁰ doch können allein schon die Voraus- und Zielsetzungen, mit der Cusanus seine Mathematik betreibt und die Fragestellungen, die er darin aufwirft, bereits als eine »partielle«

nobis uti sunt praecise incognita, [. . .]. Et si quam de ipsis habemus notitiam, illam ex aenigmate et speculo *cognitae* mathematicae elicimus: [. . .]. Figuram trianguli cognoscimus, cum sit imaginabilis, [. . .]. Omne autem, quod non cadit sub multitudine nec magnitudine, non potest nec concipi nec imaginari ne de eo phantasma fieri; sic nec praecise intelligi. Oportet enim omnem intelligentem phantasmata speculari.

⁴⁹ So nachzulesen in einem Brief des Johannes Regiomontanus an Christian Roder datiert auf den 4. Juli 1471; vgl. M. BÖHLANDT, *Wege ins Unendliche* (wie Anm. 6) 87.

⁵⁰ Man bedenke, dass die Mathematik diese Standards erst seit etwa einem Jahrhundert klar formuliert hat; und dass auch bedeutende Mathematiker wie Galilei, Kepler, Leibniz, Euler, Cauchy, Lindemann usw. an vielen Stellen ihres Werkes dem »Irren des menschlichen Geistes« untergeben waren (Joh. 8,7).

Grundsteinlegung eines sich in den nachfolgenden Jahrhunderten schrittweise aufbauenden modernen Wissenschaftsgebäudes gewertet werden.⁵¹

Vor allem aber zieht ein Vortreiben der Mathematik und eine Vielfältigung ihrer Resultate und Methoden durch ihre Omnipräsenz und Vorrangstellung im menschlichen Erkenntnisprozess eine Verringerung der zwangsläufig vorliegenden Ungenauigkeit der Erkenntnis nach sich, und stellt alles in allem die wertvollste Hilfe bei der im Wissen um die Unwissenheit angestrebten Annäherung an das aktuell Größte als »*Ursprung und Ziel alles Endlichen*«,⁵² und somit schließlich dem Erreichen der *docta ignorantia*, dar. Insofern besteht die Wichtigkeit der Mathematik für Cusanus nicht in der in sich geschlossenen rein logischen wissenschaftlichen Welt aus Herleitungen und Resultaten, sondern vor allem in ihrem unschätzbar wertvollen erkenntnistheoretischen Potenzial.

V. ratio- und visio-Mathematik bei Leon Battista Alberti

Die *De Pictura*-Abhandlung (verfasst 1435/1436) ist zusammengesetzt aus drei Büchern, wobei die 24 Kapitel des mit *Rudimenta*⁵³ betitelten ersten Teils die mathematischen Grundlagen der Malkunst behandeln, die Kapitel (25 bis 50) des zweiten Buches (betitelt *De Pictura*) auf die Geschichte der Malerei und deren Aufgabe eingehen, die hauptsächlich in der Beobachtung und Nachahmung der Natur sowie die Darstellung des Menschen in dieser besteht. Die abschließenden 13 Kapitel des *Pictor*-Bandes setzen den Maler in Beziehung zu seinem Werk mit dem angestrebten Ziel der Vollkommenheit. Der Maler soll gebildet, besonders in den freien Künsten bewandert und begabt sein in der sorgfältigen Beobachtung und Nachahmung der Natur, damit er sich Ruhm und Ehre erarbeiten kann. Besonderen Wert legt Alberti beim Maler auf dessen Kenntnis der Geometrie. In Anlehnung an eine Erwähnung in der

⁵¹ M. BÖHLANDT, *Wege ins Unendliche* (wie Anm. 6) 121 und H. SCHWÄETZER, *Änigmatische Naturwissenschaft* (wie Anm. 35) 22.

⁵² *De docta ign.* I, 6: h I, S. 13, Z. 19–20, (N. 15).

⁵³ Der Titel *Rudimenta* (Lehrstücke) stammt nicht von Alberti selbst. Er wird aber üblicherweise verwendet, da Alberti im zweiten und dritten Buch mehrmals mittels dieses Begriffes auf den ersten Band verweist; vgl. O. BÄTSCHMANN, *Alberti* (wie Anm. 3) 321.

pliniuschen *Naturgeschichte* stimmt er dem antiken Maler Pamphilus zu, dessen Auffassung dahin ging, »dass niemals ein guter Maler sein werde, wer sich nicht auf die Geometrie verstehe«. ⁵⁴

Eine gewisse Analogie im Aufbau der cusanischen *Docta ignorantia* und der Malkunstschrift von Alberti ist unverkennbar: die Dreiteilung der Werke mit den Unterteilungen in einen Teil der mathematischen Fundamentbildung ⁵⁵ bezüglich des behandelten Gegenstandes (Erkenntnis und Gottesanschauung bei Cusanus; Malerei und künstlerisches Schaffen bei Alberti), einen Teil der Auseinandersetzung mit der den Menschen umgebenden Welt und deren Einfluss und Bedeutung für diesen, und einen abschließenden Teil, in dem das Augenmerk auf den Menschen selbst (Christus als Gottessohn, Maler als Erfinder und Schöpfer ⁵⁶) gerichtet ist, ist für beide Werke charakteristisch.

Auch in Albertis *De Pictura* (Über die Malkunst) und der diese ergänzende Kurzschrift *Elementa Picturae* (Grundlagen der Malerei) findet sich eine duale Verwendung der Mathematik. Dabei ist diese allerdings der aufsteigenden cusanische Richtung von einer Mathematik der *ratio* zu einer des *intellectus* entgegengesetzt, indem sie einen qualitativen Abstieg von der *ratio* zur *visio* vollzieht.

Für den Maler ist es neben der verstandhaften Auseinandersetzung mit der Mathematik als Grundlage seiner Kunst wichtig, diese auch künstlerisch dergestalt umsetzen zu können, dass der Betrachter seine dargestellten Gedanken wahrzunehmen vermag. In diesem Sinne ist sicherlich das einführende Kapitel der Schrift über die Malkunst zu lesen:

»[. . .] Um freilich meinen Darlegungen zu größerer Klarheit zu verhelfen, werde ich zunächst bei den Mathematikern mir das holen, was offenbar mit dem Gegenstand [d. h. der Malkunst] zu tun hat. Sind diese Voraussetzungen einmal erkannt, dann gedenke ich, im Rahmen meiner Fähigkeiten die Malkunst so darzustellen, dass ich von den eigentlichen Grundlagen ausgehe, die in der Natur enthalten sind. Doch

⁵⁴ *De Pictura* III, 53; vgl. O. BÄTSCHMANN, *Alberti* (wie Anm. 3) 292–293: Nam erat eius sententia futurum neminem pictorem bonum qui geometriam ignorarit.

⁵⁵ Bei Cusanus bezüglich seiner philosophisch/theologischen Spekulationen, bei Alberti in Bezug auf die Malerei, der wegen dem Erschaffen von Sakralkunst auch eine gewisse philosophisch/theologische Bedeutung zufällt (ein Sachverhalt, den Cusanus in *De visione Dei* besonders intensiv darlegt).

⁵⁶ Alberti zitiert Zeuxis, der den Maler gleichsam als zweiten Gott gegenüber den Sterblichen verstand (quasi alter deus; *De Pictura* I, 25; O. BÄTSCHMANN, *Alberti* [wie Anm. 3] 236).

ersuche ich mit Nachdruck darum, bei allen meinen Erörterungen im Auge zu behalten, dass ich mich nicht als Mathematiker, sondern als Maler über diese Dinge äußere.«⁵⁷

Definiert Euklid in seinen *Elementa* I, 1 »ein Punkt ist, was keine Teile besitzt« und leitet darauf aufbauend die Definitionen von Linie, Fläche und Winkel ab, so ist Alberti gezwungen den Rahmen dieses logischen Konstruktes zu übergehen und fordert:

»Zuallererst muss man wissen, dass ein Punkt ein Zeichen ist, das sich sozusagen überhaupt nicht in Teile zerlegen lässt. Zeichen nenne ich in diesem Zusammenhang alles, was sich so auf einer Fläche befindet, dass es mit dem Auge wahrgenommen werden kann. Was aber dem Blick nicht zugänglich ist, geht nach allgemeinem Einverständnis den Maler nichts an.«⁵⁸

Der Abschnitt C. 1 der *Grundlagen* erweitert diese Festsetzung noch folgendermaßen:

»Ein Punkt, behaupte ich, ist in der Malerei ein so winziger Tupfen – durchaus vergleichbar einem Atom –, dass keine Hand irgendwo einen kleineren zustande bringen könnte.«⁵⁹

Somit sind die euklidischen Definitionen für den Maler unbrauchbar, der diese Dinge als Kompromiss zwischen seiner eigenen Fingerfertigkeit und seiner visuellen Erkenntnisfähigkeit (und jener der Betrachter seiner Gemälde) auffassen und behandeln muss. Die Aufgabe des Malers besteht also einerseits in der Schulung seiner Maltechnik und Geschicklichkeit, die Alberti vermittelt einer Reihe von Konstruktions-»Übungen« in den Abschnitten E bis K der *Elementa picturae*⁶⁰ zu fördern sucht, und andererseits im Studium der *Geometrie des Sehens*, dem er fast das gesamte erste *De Pictura*-Buch widmet.

⁵⁷ *De Pictura* I, 1; vgl. O. BÄTSCHMANN, *Alberti* (wie Anm. 3) 194–195: [. . .] quo clarior sit nostra oratio, a mathematicis ea primum, quae ad rem pertinere videbuntur, accipimus. Quibus quidem cognitis, quoad igenium suppeditabit, picturam ab ipsis naturae principiis exponemus. Sed in omni nostra oratione spectari illud vehementer peto non me ut mathematicum sed veluti pictorem hisce de rebus loqui.

⁵⁸ Ebd. I, 2; vgl. O. BÄTSCHMANN, *Alberti* (wie Anm. 3) 194–195: Itaque principio novisse oportet punctum esse signum, ut ita loquar, quod minime queat in partes dividi. Signum hoc loco appello quicquid in superficie ita insit ut possit oculo conspici. Quae vero intuitum non recipiunt, ea nemo ad pictorem nihil pertinere negabit.

⁵⁹ *Elementa Picturae* C. 1; vgl. O. BÄTSCHMANN, *Alberti* (wie Anm. 3) 340–341: Punctum esse dico in pictura pusillam atomi persimilem inscriptionem, qua nulla uspiam fieri manu possit minor.

⁶⁰ Ebd. E-K, vgl. O. BÄTSCHMANN, *Alberti* (wie Anm. 3) 342–355.

Der Akt des Sehens geschieht mit Hilfe von Sehstrahlen, die im Augeninneren gebündelt sind und dieses – sich immer weiter auffächernd – in »vollkommen geraden Zweigen« verlassen und solange durch die lichtdurchlässigen Medien, wie Luft und Glas, ziehen, bis sie »auf etwas Dichtes oder Undurchsichtiges stoßen«. Die Gesamtheit dieser Sehstrahlen hat die Form einer Pyramide, ein senkrechter Schnitt durch diese Pyramide entlang der Achse Auge-Objekt bildet ein Dreieck.

Unter den Sehstrahlen unterscheiden sich drei Arten: die »äußeren« verhaften sich im *Saum* der Flächen und verraten uns deren Form und Größe, die »mittleren« werden von denselben Farben und Lichtern getränkt, wie die Flächen mit denen sie das Auge verbinden und somit dem Betrachter Näheres über die Struktur der Fläche verraten und schließlich der »Zentralstrahl«, der in vier gleichen (d. h. rechten) Winkeln auf die Fläche trifft.

»Mit den äußersten Strahlen also misst man die Größenverhältnisse. Als Größenverhältnis gilt der – über die Fläche sich hinstreckende – Abstand zwischen zwei getrennten Punkten des Saumes; ihn misst das Auge, wie mit einem kompassartigen Gerät, mit eben diesen äußersten Strahlen.«⁶¹

Es ist somit das Auge, das über die Proportionen befindet und nicht das Metermaß oder die Rechentafel. Dies ist das Konzept, das in der Astronomie als *scheinbare Größe* eines beobachteten Objektes bezeichnet wird und üblicherweise als beobachteter Winkel gemessen wird. Auch Alberti verfolgt bereits diese Idee:

»[. . .] je mehr Strahlen beim Sehen in Anspruch genommen werden, für desto größer halte man das ins Auge gefasste Größenverhältnis; je weniger andererseits, für desto kleiner.«⁶²

Auf die Diskussion, »ob das Sehen genau im Ansatz des Nervs, der im Innern [des Auges] liegt, seinen Sitz hat oder ob die Bilder auf der Oberfläche des Auges Gestalt annehmen wie auf einem belebten Spiegel«,⁶³ geht Alberti hier jedoch nicht ein.

⁶¹ *De Pictura* I, 6; vgl. O. BÄTSCHMANN, *Alberti* (wie Anm. 3) 202–203: Radiis quidem extremis quantitates metiuntur. Est enim quantitas spatium inter duo disiuncta puncta fimbriae transiens per superficiem, quod oculus quasi circino quodam instrumento his extremis radiis metitur.

⁶² Ebd. I, 7; vgl. O. BÄTSCHMANN, *Alberti* (wie Anm. 3) 204–205: [. . .] quo plures radiorum videndo occupentur, eo quantitatem prospectam grandiolem existimari; quo autem pauciores, eo minorem.

⁶³ Ebd. I, 6; vgl. O. BÄTSCHMANN, *Alberti* (wie Anm. 3) 202–203 u. 205: Neque hoc loco

Die mittleren Strahlen bilden die ganze Strahlenmenge, die im Inneren der Sehpyramide eingeschlossen ist und von den äußeren umzäunt wird. Deren Funktion und »Wirkungsweise« kann man wohl nicht besser beschreiben, als Alberti es tut:

»Diese Strahlen also verhalten sich so wie – dem Vernehmen nach – ein Chamäleon oder andere derartige Tiere, welche die Gewohnheit haben, bei einem furchtsamen Erschrecken die Farben der nächsten Umgebung anzunehmen, um von Jägern nicht leicht entdeckt zu werden. Eben dies vollbringen die mittleren Strahlen: denn in ihrer ganzen Erstreckung, vom Punkt der Berührung mit der Fläche bis zur Spitze der Pyramide, sind sie so mit der vorgefundenen Vielfalt an Farben und Lichtern getränkt, dass man sie brechen könnte, wo man wollte: sie würden stets an der Bruchstelle eben das aufgesogene Licht und dieselbe Farbe zum Vorschein bringen.«⁶⁴

Auch hier spielt die geometrische Ausrichtung der mittleren Strahlen eine wichtige Rolle. So zeigt die Erfahrung, dass mit wachsendem Abstand eine Fläche um so dunkler und fahler erscheint, da die mit Licht und Farben getränkten Sehstrahlen die Luft, die eine gewisse Dichte aufweist, durchqueren müssen und es deshalb dazu kommt, »dass ein großer Teil der Last (d. h. an Farben und Licht) verloren geht, weil die Strahlen ermüden, während sie die Luft durchbobren.«⁶⁵

Desweiteren kann ein Standortwechsel des Betrachters dazu führen, dass mittlere zu äußeren Strahlen werden, was eine scheinbare Veränderung der betrachteten Oberfläche nach sich zieht. So könnte eine zuvor quadratisch erscheinende Fläche sich dem Aussehen einer rechteckigen oder auch kreisförmigen Fläche annähern.

Wichtig für den Maler ist auch das Studium der Wirkung der Farben und des Lichtes. Letzteres ist zu unterscheiden in das Licht der Gestirne und jenes von Lampen und Feuer. Große Aufmerksamkeit misst Alberti auch der Untersuchung von Helligkeitsverschiebungen zwischen Licht und Schatten, sowie der Ablenkung der Lichtstrahlen an spiegelnden

disputandum est utrum in ipsa iunctura interioris nervi visus, ut aiunt, quiescat, an in superficie oculi quasi in speculo animato imagines figurentur.

⁶⁴ Ebd. I, 7; vgl. O. BÄTSCHMANN, *Alberti* (wie Anm. 3) 206–207: Atque hi quidem radii id agunt quod aiunt camaleonta animal et huiusmodi feras metu conterritas solere propinquarem rerum colores suscipere ne a venatoribus facile reperiantur. Hoc ipsum medii radii exequuntur, nam a contactu superficiei usque ad cuspidem pyramidis toto tractu ita colorum et luminum reperta varietate inficiuntur, ut quovis loco rumpentur, eodem loco ipsum inhaustum lumen atque eundem colorem expromerent.

⁶⁵ Ebd. I, 7; O. BÄTSCHMANN, *Alberti* (wie Anm. 3) 207.

Objekten zu, etwa dem Sonnenlicht das von einer Wasseroberfläche an eine getäfelte Decke springt:

»Übrigends findet jede Ablenkung von Strahlen – wie die Mathematiker nachweisen – in Winkeln statt, die unter einander gleich sind.«⁶⁶

Diese präzise Beobachtung des Mathematikers und Physikers Alberti gehört heute unter der Bezeichnung *Reflexionsgesetz* zu den grundlegenden Sätzen der klassischen Optik.

Der Zentralstrahl für seinen Teil erfüllt die Rolle eines *Herren der Strahlen*, wird er doch im Inneren der Sehpyramide von allen anderen Strahlen gehütet und besitzt die Eigenschaft, dass das unter ihm liegende Größenverhältnis stets größtmöglich erscheint.⁶⁷

Er bildet darüber hinaus zusammen mit der neuartigen Definition des Gemäldes als der senkrechten Schnittfläche durch die Sehpyramide⁶⁸ den Ausgangspunkt für eine revolutionäre Neuentwicklung in der Malkunst: die Zentralperspektive.

Dem Gemälde fällt die Rolle eines *offenstehenden Fensters*⁶⁹ zu, durch das der dargestellte Vorgang (*historia*) vom Betrachter beobachtet wird. Die zentralperspektivische Konstruktion soll letzterem dabei das Sehen einer Raamtiefe suggerieren.

Dem Schnittpunkt zwischen Zentralstrahl und der Bildfläche – Alberti bezeichnet diesen als *Zentralpunkt* (*puncto centrico*) – fällt die Bedeutung eines unendlich weit entfernten Punktes zu, auf den alle raumtiefen Elemente des Bildes nach den zuvor aus geometrischen und erfahrungshaften Verhältnissätzen hergeleiteten Regeln hinstreben scheinen.

Die Zentralperspektive ist allerdings keine objektive Wiedergabe von Dingen in Bezug auf das menschliche Auge, sondern eine elegante konstruktive Konvention, die auf leichtem Wege den Tiefeneffekt zu erzeugen vermag.

⁶⁶ Ebd. I, 11; vgl. O. BÄTSCHMANN, *Alberti* (wie Anm. 3) 212–213: *Flectuntur veluti cum a superficie aquae radii solis in lacunaria exiliunt, fitque omnis radiorum flexio angulis inter se, ut probant mathematici, aequalibus.*

⁶⁷ Ebd. I, 8; vgl. O. BÄTSCHMANN, *Alberti* (wie Anm. 3) 206: *Neque negandum est quantitatem nunquam maiorem videri quam cum centricus in eam radius institerit. [. . .] ut merito dux radiorum et princeps dici debeat.*

⁶⁸ Ebd. I, 12; vgl. O. BÄTSCHMANN, *Alberti* (wie Anm. 3) 214–216: *[. . .] pictam superficiem intuentes intercisionem quandam pyramidis videre videntur.*

⁶⁹ Ebd. I, 19; vgl. O. BÄTSCHMANN, *Alberti* (wie Anm. 3) 224: *[. . .] quod quidem mihi pro aperta fenestra est ex qua historia contueatur, [. . .].*

Mit diesen Mitteln vermag es ein guter Maler dem obersten Ziel der Malerei, dem Erschaffen von Schönheit und Anmut, und der Erregung von Emotionen beim Betrachter, leichter gerecht zu werden. Alberti empfiehlt ebenfalls den Gebrauch eines *Velums* (d. h. eines Fadengitters, einer Art elementaren Koordinatennetzes) zur Erleichterung der Übertragung von Original auf Bildfläche, um so eine noch höhere Ähnlichkeit zwischen Bild und Gemaltem zu erzielen.

Die Verwendung von induktiver Mathematik im Malereitraktat von Alberti bezieht sich somit auf die Welt. Es handelt sich nicht um eine deduktiv-technische Untersuchung der Natur mit dem Ziel, diese und die in ihr ablaufenden Phänomene zu erklären, sondern um das Ausarbeiten von geometrischen Hilfsmitteln, die es erlauben, diese so ähnlich und schön wie möglich darzustellen und für den Betrachter sichtbar zu machen. Diese induktive Mathematik hat den Zweck, die Natur der menschlichen Sinneswahrnehmung zugänglich zu machen.

Hierin liegt die wesentliche funktionale Divergenz zwischen der induktiven Geometrie des Cusanus und jener Albertis. Sucht ersterer mit ihrer Hilfe eine Erkenntnis von Gott, fokussiert sich letzterer auf ein Schauen und Nachahmen der Welt.

Über das »Bezugsobjekt« zum Erreichen ihrer jeweiligen Zielsetzungen sind sich beide jedoch einig. Sie treffen sich in ihren Auslegungen in dem Punkt, dass der Mensch eine Erkenntnis der Welt, bzw. eine Erkenntnis von Gott, ausgehend von sich selbst als Maß in Form des autonomen Menschen (*homo mensura*) erlangen kann und muss.

Der Maler muss die von der Natur vorgegebenen Proportionen respektieren und erreicht dies nach Alberti – der Protagoras folgt – durch die Bezugnahme auf den Menschen als Muster und Maß aller Dinge:

»Dem Menschen ist aber von allen Dingen der Mensch am besten bekannt, [. . .]«⁷⁰

Für Cusanus ist der *homo-mensura*-Satz ebenfalls eine wesentliche Voraussetzung seiner Erkenntnislehre, weshalb er ihm einen Platz in den Axiomen seines Traktates *De beryllo* einräumt:

⁷⁰ Ebd. I, 18; vgl. O. BÄTSCHMANN, *Alberti* (wie Anm. 3) 222–225: Sed cum sit hominum omnium homini notissimus, fortassis Protagoras, hominem inquiring modum et mensuram rerum omnium esse, [. . .].

»Drittens wirst du dir den Satz des Protagoras merken, dass der Mensch das Maß aller Dinge ist.«⁷¹

Die albertische Textstelle verweist weiter darauf, dass man die Akzidentien aller Dinge dadurch erkenne, wenn man sie mit den Akzidentien des Menschen vergleiche. Auch hierfür finden sich bei Cusanus analoge Zitate, u. a. in *De docta ignorantia*.

Die Bezugnahme auf den Menschen gilt also sowohl was die visuelle als auch was die rationale und intellektuale Erkenntnis angeht. Das visuelle Element tritt bei Cusanus besonders in *De visione dei* hervor, wo sich durch das Sehen und Gesehenwerden der Christus-Ikone ein solches Erfahren und Erkennen einstellt.

VI. Rekapitulation

Wir dürfen wohl davon ausgehen, dass Cusanus, der sich an vielen Stellen seiner Schriften als durchaus kunstinteressiert zeigt, die malerischen und auch architektonischen Neuerungen seiner Zeit aus erster Hand gekannt haben dürfte. Er reiste in den ersten Jahren nach seiner paduanischen Studienzeit mehrmals nach Rom, und machte unterwegs in Florenz Station. Ist es denkbar, dass Cusanus sich das spektakuläre Bauvorhaben der von Filippo Brunelleschi (1377–1446)⁷² – einem gemeinsamen Freund Paolo Toscanellis und Leon Battista Albertis⁷³ – geplanten und realisierten Domkuppel entgehen ließ? Soll er die wunderbaren Bildhauereien Donatellos (1386–1466)⁷⁴ oder die zentralperspektivischen und der gläubigen Besinnung zugeeigneten Malereien Masaccios (1401 – 1428)⁷⁵ und anderer junger florentiner Maler ignoriert haben, genau wie die atemberaubenden Portraits der *ars nova*, die damals unter den Würdenträgern Italiens begehrte Sammlerobjekte waren, nicht gekannt haben?

⁷¹ *De beryl.*: h²XI/1, N. 6, Z. 1: Tertio notabis dictum Protagorae hominem esse rerum mensuram.

⁷² W. NERDINGER, *Perspektiven der Kunst. Von der Karolingerzeit bis zur Gegenwart* (2. Auflage, München 1994) 453.

⁷³ Die italienische Fassung von *De Pictura* (mit dem Titel *Della Pittura*) ist Brunelleschi gewidmet.

⁷⁴ W. NERDINGER, *Perspektiven* (wie Anm. 72) 458.

⁷⁵ Ebd. 487.

Die vorgestellten Parallelen an Ideen und Zielsetzungen in der albertischen Abhandlung über die Malkunst und den angesprochenen cusanischen Werken, allen voran der *De docta ignorantia*, welche zeitlich am nächsten an der Fertigstellung von *De Pictura* liegt, sind zwar augenscheinlich, lassen sich jedoch nicht allein als direkter Nachweis eines diesbezüglichen Austausches heranziehen. Berücksichtigen wir jedoch die bereits angesprochene Möglichkeit, dass Cusanus und Alberti sich gekannt und auch mehrmals getroffen haben, wird dieser Austausch jedoch sehr wahrscheinlich.

Es wäre demnach denkbar, dass sich der junge Cusanus in der welt-offenen und aufbruchsschwangeren Atmosphäre der toskanischen Metropole und ihrem Wirkungsbereich von der aufblühenden Kunst zu seinem philosophischen Werk inspirieren ließ. Die neue Kunst, basierend auf induktiv mathematischen Fundamenten, erreicht eine Nachahmung der Natur und des Menschen, und damit eine Annäherung an die göttlichen Werke vermittels des Sehens und besitzt sicherlich das notwendige Anregungs-Potenzial dieses auch auf dem Gebiet der Metaphysik über einen vom *intellectus* vorgezeigten induktiv mathematischen Wege zu versuchen.

Eingehendere Forschungen werden sicherlich noch weitere Parallelen und quellenkundliche Erkenntnisse in den Schriften mathematischen Inhalts von Alberti und Cusanus – aber auch anderer ihrer Zeitgenossen – ans Tageslicht bringen und somit zur Vervollständigung des leider noch immer nur sehr bruchstückhaften Wissens über diese Kollaborationen in der Gelehrtengemeinschaft der Frührenaissance beitragen.