ÜBER REGIOMONTANS UND BUTEONS STELLUNGNAHME ZU KREISNÄHERUNGEN DES NIKOLAUS VON KUES

von Jos. E. Hofmann, Ichenhausen

Die Leistung des Nikolaus von Kues auf mathematischem Gebiet liegt nicht etwa in den von ihm gegebenen *Einzelheiten*, auch nicht in der *Beweistechnik*, vielmehr ausschließlich in *gefühlsmäßig* richtigen Vorstellungen. Sie enthalten wichtige Keimlinge entscheidender Kerngedanken der modernen Mathematik von nicht geringer Suggestivkraft, sollten jedoch erst viel später wirksam werden. Den Zeitgenossen fehlte ebenso wie den unmittelbar nachfolgenden Forschergenerationen der Blick für die tiefere *fachliche* Bedeutung dessen, was Nikolaus sagen wollte und doch noch nicht in klarer Form auszudrücken vermochte. Deshalb werteten sie nur das, was ihnen vordergründig und unmittelbar zugänglich erschien. Die hinter den unablässigen Bemühungen des großen Philosophen um eine möglichst genaue Kreisquadratur bzw. -rektifikation stehenden Gedanken haben sie nicht erfaßt und daher auch nicht richtig gewürdigt.

I

Der Widmungsbrief Schöners zu Regiomontans Schrift über die Kreisquadratur des Nikolaus von Kues

Ich will hier nicht näher auf die Kritik TOSCANELLIS eingehen; denn ich habe sie bereits an anderem Ort gekennzeichnet[1]. In den Vordergrund stelle ich im Augenblick die Bemerkungen Joh. REGIOMONTANS, die in einer nicht allzu umfangreichen von Johann SCHÖNER edierten Schrift enthalten sind[2]. Ich gebe zunächst den Widmungsbrief an den Wiener Mathematikprofessor G. TANNSTETTER wieder, den der Herausgeber den Ausführungen REGIOMONTANS vorangestellt hat[3]:

[1] Vgl. *Die mathematischen Schriften des Nikolaus von Cues*, deutsch von Josepha HOFMANN mit Ergänzungen von Jos. E. HOFMANN, Hamburg 1951 (= Schriften des Nikolaus von Cues Heft 11), Stellen im Register unter TOSCANELLI.

[2] Diese Schrift ist als selbständig paginierter Anhang zu der von Joh. SCHÖNER besorgten Ausgabe der *De triangulis omnimodis libri quinque*, Nürnberg 1533 erschienen. Ich gebe in Faksimile den Zwischentitel des Anhanges wieder; s. Bildtafel VIa. Diesen zitiere ich in Zukunft als *RS* mit nachfolgender Seitenzahl.

[3] *RS*, 3/4.

Johannes Schoner Carolostadius Georgio Tanstetero Regio medico S.D. Cum aliquando,
ut saepe facio, versanti mihi relictos ex opulentissima bibliotheca Joannis de Regiomonte
libros, nec numero nec argumento cum amissis comparandos, sed qui tamen omnes essent
optimi, venisset in manus meas libellus de quadratura circuli comparatus a Regiomontano
adversus inventa hac de re Cardinalis Cusani, statim dignus mihi libellus visus fuit, qui
studiosis mathematicarum disciplinarum communicaretur, sed per otium introspicienti hoc
multo magis quo melior utiliorque apparuit. Cum autem placeret mihi commendari hunc
libellum praeter autoris opinionem etiam alicuius horum temporum excellentis viri
nomine, Tu mihi imprimis occurrebas, qui quamvis egregium librum accessione famae
Tuae ornare augereque posses, Georgi Tanstetere, propter eximiam et perfectam cogni-
tionem rerum mathematicarum, quarum doctrina eam laudem et gloriam es adeptus, ut
cum veteribus facile parem Te praestantia Tua faciat, tum quem conferre Tecum ex
omnibus nationibus iure possimus inveniatur nemo. Mihi igitur et admiranti Te et colenti,
quod Tibi ignotum esse nequit, diu iam curae fuit declarandae voluntatis iudiciique de Te
mei omnibus si possem mortalibus. Qua in cupiditate quae aptior occasio potuisset sese
offere mihi, quam dedicandi Tibi hunc libellum doctissimi viri utrique nostrum natione,
mihi etiam patria coniuncti. Cuius ut magnitudinem doctrinae Italicos etiam et Graecanicos
constaret admiratos, ita relinqueretur intelligendum omnibus, quanti Te faceremus, cuius
nomen ornamento clarissimi autoris singulari scripto futurum esse iudicassemus. Neque Te
invitum testimonium iudicii nostri admissurum confido, quum et Te honorifice de me
sentire, et nos diligentia et laboribus innotuisse studiosis, illorumque nonnullam esse
existimationem de meis studiis sciam. Quod si quis rem ipsam et illud, quo deagitur,
expendere volet, invenietur profecto celebritate Tua dignissima materia. Nam tanto ab
hinc annorum intervallo tentatum opus neque postea de manibus doctorum depositum ad
nostramque aetatem usque retentum certe debet nequaquam contemnendum videri.

Invenio autem Anaxagorae tribui in circuli quadratura exquirenda singularem laudem,
eumque in carcere, in quem esset conniectus ab Atheniensibus/ tanquam impietatis damna- p. 4
tus, illam rationem conscripsisse. Graeci vocant τετραγωνισμὸν κύκλου, unde non ut
opinor ineptissime quadraturam latine fecerunt. Sed hanc rem multis saeculis post Archime-
des putatur diligentia summa exquisivisse. Si quidem Anaxagoram constat Periclis tempo-
ribus vixisse, qui et auditor fuerit illius. Ita inter Archimedem et Anaxagoram fere interci-
dent anni ducenti octoginta octo. Possent alii nominari, ut Antipho, Briso, Hippocrates,
Apollonius, qui et ipsi hoc spatium decurrissent, mensurationis curvae lineae ad regulam.
Sed proxime Cardinalis Cusanus hanc quasi provinciam gnavissime administravit, rei
difficilis et ut ignoratae, ita opinor effugientis captum humanum, quamvis cognitione
comprehendi posse Aristoteles scripserit, invenisse rationem professus. Cuius brevi libello
summam eandemque breviori dialogo exposuit.

Quae Joanni nostrati acutissimi ingenii homini cum non probarentur, institutit in illa quasi
inquisitionem quandam ad Paulum Florentinum illis temporibus in omni genere scientia-
rum peritum. Cum autem neque gloriae neque emolumenti spe multoque adeo minus
invidia incitatus hoc opus suscepisset, ne nominavit quidem fere Cusanum, tantum abest,
ut illius aliquem famae labem aspergere conatus fuerit. Reliquimus autem omnia in Regio-
montani scripto, sicut in archetypo ab ipso informata quoque alicubi tantum offendimus,
iucundam futuram rati studiosis non cognitionem modo eorum, quae ille acutissime
exquisivisset, sed ex exquisitionis etiam quasi viam et rationem atque adeo non solum quid
autor effecisset libenter visuros, sed quos etiam habuisset inter opus cogitationes et animi
motus.

Accipies igitur a nobis, doctissime vir, et hunc libellum exiguum munusculum et admittes testimonium de Te nostrum grato libentique animo. Et nos ut fecisse Te comperimus, ita perges Tua benevolentia complecti.
E Norico pridie idus Iulii anno M.D.XXXIII.

Was SCHÖNER hier schreibt, gehörte im Zusammenhang mit dem damals so intensiv betriebenen Studium der ARISTOTELischen Schriften und der zugehörigen Kommentare bereits weitgehend zum Allgemeingut der wissenschaftlichen Welt; deshalb ist es wohl überflüssig, näher auf die Einzelheiten einzugehen.
Hingegen ist es wohl nötig, über die nur wenig bekannten Mathematiker SCHÖNER und TANNSTETTER einiges zu sagen.

SCHÖNER wurde 1477 zu Karlstadt geboren, war zunächst Pfarrer bei St. Jakob zu Bamberg, wandte sich dann der Reformation zu und wurde 1526 als Professor der Mathematik an das unter Mitwirkung MELANCHTHONS in Nürnberg gegründete Gymnasium berufen. Er war in erster Linie Mathematiker, Astronom und auch Astrologe[4]. Seit 1524 hatte SCHÖNER Schriften REGIOMONTANS gesehen; einen großen Teil des von W. PIRCKHEIMER aufgekauften Nachlasses von REGIOMONTAN hat er nach dessen Tod 1530 erworben und daraus zahlreiche Stücke veröffentlicht[5]. Erst durch seine unermüdliche editorische Arbeit und durch die fortgesetzten Hinweise ist die wissenschaftliche Öffentlichkeit genauer mit REGIOMONTANS Wirken bekannt geworden. SCHÖNER starb 1547; sein Nachlaß ist fast vollständig erhalten.
TANNSTETTER stammt aus Rain am Lech, wo er 1481 geboren wurde. Da das Wort Rain im Lateinischen mit *limes* wiedergegeben werden kann, nannte er sich auch *Collimitius*. Er studierte in Ingolstadt und ging später nach Wien. Dort erhielt er 1503 als Nachfolger von A. STÖBERL die eine der beiden Professuren für Astronomie und Mathematik an der Universität. Er war hochgeschätztes Mitglied des *Collegium poëtarum et mathematicorum*, das auf Veranlassung des bekannten Humanisten K. CELTIS von Kaiser MAXIMILIAN 1501 gegründet und im Frühjahr 1502 feierlich eröffnet wurde. Als Leibarzt des Kaisers in den Adelsstand erhoben, war TANNSTETTER in Wien eine angesehene und einflußreiche Persönlichkeit.

---

[4] Gutes biographisches Material geben Joh. G. DOPPELMAYR: *Historische Nachricht von den Nürnbergischen Mathematicis und Künstlern*, Nürnberg 1730, 45/50 und 80, ferner G. A. WILL: *Nürnbergisches Gelehrtenlexicon* III, Nürnberg/Altdorf 1757, 559/61. SCHÖNER hat zusammen mit A. OSIANDER den Druck der Hauptschrift des N. COPPERNICUS überwacht: *De revolutionibus orbium caelestium*, Nürnberg 1543. Von seinen eigenen Schriften seien erwähnt: *Luculentissima quaedam terrae totius descriptio*, Nürnberg 1515; *Opusculum geographicum*, Nürnberg 1533; *Tabulae astronomicae*, Nürnberg 1536; *De iudiciis nativitatum libri tres*, Nürnberg 1545. Sein Sohn A. SCHÖNER gab aus dem Nachlaß heraus: *Opera mathematica*, Nürnberg 1561.

[5] Hinsichtlich der Einzelheiten verweise ich auf die ausgezeichnete Darstellung von E. ZINNER: *Leben und Wirken des Johannes Müller von Königsberg, genannt Regiomontanus*, München 1938 = Schriftenreihe zur bayerischen Landesgeschichte Bd. 31. Wichtigste Ausgaben sind die *Rudimenta astronomiae Alfragani ... cum additionibus J. de Regiomonte*, Nürnberg 1537 und die *Scripta J. Regiomontani...*, Nürnberg 1544.

Auch er hat eine Schrift REGIOMONTANS zum Druck befördert[6]. Besonders verdienstvoll sind die Mitteilungen über die Wirksamkeit der Astronomen und Mathematiker der Wiener Schule im 15. Jahrhundert[7]. Ein von TANNSTETTER 1515 in Wien herausgegebener Sammelband enthält Ausgaben und Wiederdrucke einiger als Unterlage für die mathematischen Vorlesungen an der Universität als besonders wichtig angesehenen Schriften[8]. TANNSTETTER wird vor allem als anregender Lehrer gerühmt. Er starb 1535[9].

SCHÖNER beginnt seine Edition mit der Wiedergabe einiger Originalabhandlungen des Nikolaus von Kues und eines (von ihm noch nicht als solches erkannten) Schreibens TOSCANELLIS an den Kardinal. Die nachfolgenden kritischen Bemerkungen REGIOMONTANS sind nicht in der richtigen Reihenfolge abgedruckt[10]. Im folgenden versuche ich die einzelnen Stücke sinngemäß aneinanderzuschließen. Hinsichtlich der von *Nikolaus* stammenden Texte beziehe ich mich auf die Pariser Cusanus-Ausgabe[11] und auf das von SCHÖNER[12] Abgedruckte unter Verweis auf die deutsche Wiedergabe der mathematischen Schriften[13]. Die von REGIOMONTAN stammenden Texte enthalten zahlreiche sehr ausführliche Rechnungen. Auf diese gehe ich nur in Kurzform ein; denn

---

[6] Nämlich die *Tabulae primi mobilis*, Wien 1514, zusammen mit den *Tabulae eclipsium* G. PEURBACHS. Ferner hat TANNSTETTER REGIOMONTANS *Opus tabularum directionum profectionumque* von 1464/67 (Erstdruck Augsburg 1490) stark mitverwendet im *Artificium de applicatione astrologiae ad medicinam*, Straßburg 1531.

[7] Anhang zur Ausgabe von 1514[6] unter dem Titel: *Indices praeterea monumentorum, quae clarissimi viri studii Viennensis in astronomia et aliis mathematicis disciplinis scripta relinquerunt.*

[8] Es sind das Johannes de MURIS: *Arithmetica communis;* Thomas BRADWARDINE: *Tractatus de proportionibus velocitatum* (Erstdruck ed. P. S. CIRUELO, Paris 1495); Nicole ORESME: *Tractatus de latitudinibus formarum* (Bearbeitung eines Schülers, Erstdruck Padua 1482, Wiederdruck zusammen mit dem Kommentar des Biagio da PARMA); G. PEURBACH: *Elementa arithmetices, algorithmus de numeris integris* (Erstdruck o. O. 1492); Johannes von GEMUNDEN: *Tractatus de minutiis physicis.* Die *arithmetica communis* ist eine auf das rein Mathematische beschränkte verkürzte Wiedergabe der *Institutiones arithmeticae* des BOETHIUS (ed. Gottfr. FRIEDLEIN, Leipzig 1867). Ein Mskr. dieser Kurzfassung mit Randnoten vermutlich von Nikolaus befindet sich in der Stiftsbibliothek des Nikolaus-Hospitals, *cod. cus.* 212, 375^r/82^v. Eine kritische Ausgabe von Herrn H. L. L. BUSARD befindet sich in Vorbereitung.

[9] Nicht schon 1530, wie irrtümlich bei M. CANTOR: *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* II, Leipzig 1900, 392 angegeben ist. Das richtige Todesjahr entnehme ich aus E. ZINNER: *Die Geschichte der Sternkunde von den ersten Anfängen bis zur Gegenwart*, Berlin 1951, 407.

[10] Dies ist schon von ZINNER[5], 88 festgestellt worden.

[11] *Nicolai Cusae Cardinalis Opera*, Paris 1514 mit Nachdruck Frankfurt/M. 1962. Die damals bekannten mathematischen Schriften sind abgedruckt im 2. selbständig foliierten Teil des zweiten Bandes, *fol.* 33^r/114^v. In Zukunft zitiere ich als *CP* mit nachfolgender Blattangabe.

[12] *RS*, 5/21.

[13] im nachfolgenden zitiert als *CH* mit anschließender Seitenangabe.

ich glaube nicht, daß sie vom Verfasser zur Veröffentlichung bestimmt waren. Bei der Seltenheit des *Nürnberger* Druckes ist es wohl nötig, die recht charakteristischen Einleitungen im Wortlaut wiederzugeben, ebenso die abschließenden kritischen Bemerkungen.

II

Das undatierte Schreiben Regiomontans an Toscanelli

Das erste Stück REGIOMONTANS, auf das ich mich beziehe, ist ein undatierter Brief an TOSCANELLI, unzweifelhaft im Sommer 1464 verfaßt. Ich stelle ihn an den Anfang, weil er die allgemeinen Vorstellungen enthält, die REGIOMONTAN vor Ausführung seiner Kontrollrechnungen fixiert. Das Schreiben beginnt so[14]:

Joannes Germanus Paulo Florentino, artium et medicinae doctori celebratissiomo ac mathematicorum praestantissimo S.P.D.

Nisi fidelem Te mihi praestolarer iudicem atque tutorem, Paule optime, tam audax facinus tamque dubium scribendi genus haud quaquam attentassem, siquidem novam ac propriam tractantibus materiem vix hac nostra tempestate satis parcitur, quin livore quodam praeter aequum et bonum perturbentur. Nam si quid paulo obscurius traditur, vel diminutae scientiae vel etiam ignorantiae notam impingunt aemuli. Si vero dilucide ac scitissime unum aliquid pronutiaveris, furem te, non scriptorem esse extemplo insimulant. At ego recens disciplinarum versator longe duriorem accepi provinciam, quippe qui alienam retractare ausim materiem, plurimisque modis inquisitam curvi rectilineationem quibusdam mediis examinare decreverim.

Sed Deum testor immortalem, nullam unquam lacessendi libidinem mihi incessisse, nullis me pollicitationibus gloriae inductum esse, quo confidentius id agerem. Veritas namque sola tantos mihi labores effecit iucundissimos, quos emendationi Tuae subiecisse non pudebit, quoniam qui id officii dignius in mundo accipiat, reperio neminem.

Habes profecto plenissimam geometriae cognitionem, habes expeditissimam numerorum peritiam, quibus absque rebus sicut compleri non potuerunt haec examina, ita neque limabuntur; habebis, nisi me fallit animus, aliquando otium literis alienis accommodabile. Ingenium praeterea Tuum adeo mite et mansuetum perspexi, ut si quae nimium prolixa aut non satis lucubrata vel forsitan inordinate dicta offenderis, immodeste tolerare atque interpretari non possis, quod inde libentius te facturum arbitror, ubi haec scripta mea brevi admodum tempore absoluta perpenderis, lituris crebris primorum exemplarium id docentibus.

Ne autem pluribus detinearis, ad rem ipsam propius accedendum censeo, ubi exemplo Archimedis in libello suo De mensuratione circuli non nisi lineis sive longitudine sive potentia rationalibus utendum erit. Solebat enim Archimedes, si qua linea potentialiter tantum rationalis occurrit, inter duas notas lineas longitudine rationales eam constituere. Quem virum inter omnes mathematicos primarium imitatus ego quaedam praeambula huic negotio conscripsi necessaria, quo facilius caetera intelligerentur neque eadem saepius quam decet repetere oporteret. Hoc igitur literale exercitium, quod Venetiis peregrinanti mihi pauculos absumpsit dies, in manus Tuas depono gratissimas limandum atque tradendum si placuerit ei viro, cuius res agitur; nolim equidem in publicum prodeat, nisi primo Tibi perspectum fuerit atque iudicatum. Vale.

[14] *RS*, 29.

Anschließend folgen Ausführungen über die Behandlung von Näherungsrechnungen, die für uns selbstverständlich sind, so daß sowohl auf die Wiedergabe der Sätze wie auf jene der Beweise verzichtet werden kann. Bedeutungsvoll ist jedoch, was sich in Satz 12 und in den zugehörigen Bemerkungen vorfindet[15]:

Nunc ad primordia exercitii nostri propius veniendo certissimum pronunciamus, circumferentiam circuli esse eiusdem generis cum qualibet linea recta, imo omnes lineas, sive rectae fuerint sive curvae, qualicunque curvitate non differre specifice.

Nam idem est principium generationis omnibus lineis commune, scilicet punctus, cuius fluxu sive motu imaginario lineas nasci praedicant mathematici; eo enim fluente per viam brevissimam linea recta creatur, per viam autem aliam curva generatur. Similiter sentiendum est de superficiebus omnibus, et item de corporibus. Sicut enim ex fluxu puncti linea, ita ex motu lineae superficies et ex fluxu superficiei corpus conficitur.

Ad hanc rem confirmandam testimonia subsistunt plurimorum geometrarum. Nonne Archimedes in principio primi De sphaera et cylindro demonstraturus congeriem laterum polygonii circulo circumscripti maiorem esse circuli circumferentia, assumit quaslibet duas rectas a punctis contactuum polygonii et circuli ad punctum unum concurrentes esse maiores eo arcu, qui inter ipsa puncta contactuum intercipitur? Maiores autem esse non possent, nisi de eodem genere quantitatis existerent; alias enim inter eas et arcum circuli non caderet proportio.

Archimedes denique in De spiralibus lineis circumferentiae circuli aequalem rectam inveniri posse supponit. Item in libello De mensuratione circuli eum triangulum rectangulum circulo aequalem esse demonstrat, cuius unum quidem latus rectum angulum ambiens semidiametro, reliquum vero circumferentiae circuli aequale est, unde aperte sensisse dinoscitur Archimedes, curvum et rectum lineale eiusdem esse generis. Ptolemaeus quoque in sexto libro Magnae compilationis suae capitulo septimo, ubi ex digitis eclipticis linearibus superficiales conatur elicere, Archimedem imitatus proportionem circumferentiae circuli ad diametrum eius inter duas proportiones claudi notas enuntiat[16]*, aream insuper circuli dimensurus, semidiametrum circuli in semicircumferentiam suam ducit, quam rem profecto imprudenter ageret, nisi eiusdem generis diametrum cum circumferentia circuli esse cognovisset. Sed et in Libello trium fratrum talia supponuntur, ubi etiam demonstrandum proponitur, cuiuslibet circuli circumferentiam ad diametrum suam eandem habere proportionem*[17]*. Id autem praesupponit curvam circularem et rectam esse eiusdem generis. Proportionem enim diffiniunt geometrae duarum quantitatum eiusdem generis certam habitudinem.*

---

15 *RS*, 37. Ein Stück dieses Textes ist auch wiedergegeben in J. E. Hofmann: *Die Quellen der Cusanischen Mathematik I: Ramon Lulls Kreisquadratur*, in: Sitzungsberichte der Heidelberger Akademie der Wissenschaften, phil.-hist. Kl. 1941/42, 4. Abh., S. 18.

16 Anspielung auf den Näherungswert $\pi \approx \frac{377}{120}$, der sich im *Almagest* VI, 7 vorfindet. Regiomontan besaß die unzulängliche lateinische Übersetzung des Georgios v. Trapezunt, die er unter Bezugnahme auf das griechische Original kritisch durcharbeitete. Sein Handstück ist in der Nürnberger Stadtbibliothek erhalten: *Cent* V 62.

17 Die fragliche Stelle stammt aus dem *Liber trium fratrum: Verba filiorum Moysi filii Sekir, id est Maumeti, Hameti et Hasan*. Es handelt sich um Satz 5: *Proportio diametri omnis circuli ad lineam continentem ipsum est una*. Ich verweise auf die neueste Ausgabe von M. Clagett in *Archimedes in the Middle Ages I: The Arabo-Latin Tradition*, Madison 1964, 223/367, insbes. 260. Wir wissen derzeit noch nicht, auf welchem Wege Regiomontan den *Liber trium fratrum* erhalten hat.

Quo vehementius admirandi sunt, qui nescio quibus territi somniis curvi ad rectum inquiunt non esse proportionem. Rogatique, cur nam id fieri oporteat, respondent, curvum et rectum non esse de eodem genere quantitatis, quae res quam temeraria sit, facile quisque senserit. Curvum revera et rectum passionem quidem quantitatibus inferunt, genus autem non diversificant. Hunc rumorem ortum esse arbitror ex verbis Aristotelis in Praedicamentis, ubi ad tempus usque suum neminem circuli quadraturam testatur invenisse; circuli autem quadratura non videtur possibilis, nisi doceatur, quonam pacto circumferentiae circuli aequalis recta describatur[18]. *Difficultatem igitur, quam nonnulli impossibilitatem dicunt, quadrandi circulum ex difficultate aut si vis dicere ex impossibilitate circumferentiam rectificandi consurgit. Hanc autem impossibilitatem rectificandi circumferentiam circuli sive aequalem ei rectam describendi clamitant inde evenire, quod non sint eiusdem generis.*

Hier wird also mit aller Deutlichkeit im Gegensatz zu Aristoteles festgestellt, daß Geradliniges und Krummliniges *gleichartige* Gebilde sind, daß also (glatte) Kurvenbögen stets rektifiziert werden können. Als erster seit Wiederauftauchen Archimedischer Schriften erkennt Regiomontan den grundsätzlichen Unterschied zwischen der Auffassung der peripatetischen Schule und jener des Archimedes und seiner Nachfolger, auf die sich alle ernstzunehmenden Versuche zur näherungsweisen Rektifikation und Quadratur des Kreises stützen. Sie nehmen ihren Ausgang von den Postulaten zu Beginn der Schrift *De sphaera et cylindro*, deren wichtigstes das zweite ist. Es besagt in moderner Umschrift, daß bei konvexen Gebilden das Umfassende stets größer ist als das Umfaßte.

Im Satz 13 erscheint dann die Stelle aus der Archimedischen *Circuli dimensio*[19], die in unserer Schreibweise besagt, daß $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$. Regiomontan gibt hier und häufig auch später dem Durchmesser des Kreises den Zahlenwert $497 = 7 \cdot 71$ und stellt fest, daß alsdann der Umfang zwischen den Zahlenwerten 1·561 und 1·562 liegen muß.

Ich wende mich nun zu den Einzelausführungen Regiomontans. Die zumeist datierten Stücke enthalten einerseits vorbereitende Rechnungen, andererseits allgemeinere Ausführungen, in denen die Ergebnisse der Rechnungen mitverwendet sind. Insgesamt werden fünf Näherungen des Kardinals untersucht, jedoch werden dessen Texte nicht im *ursprünglichen* Wortlaut, sondern in *veränderter* Fassung wiedergegeben. Ich halte die zeitliche Reihenfolge der datierten *Rechnungen* ein und beginne mit jenen vom 26. VI. 1464.

---

[18] Es handelt sich um die vielkommentierte Stelle *Cat.* 7.7^b, 31/33. Vgl. etwa Hofmann[15], S. 6, Fußnote 16, ferner J. E. Hofmann: *Mutmaßungen über das früheste mathematische Wissen des Nikolaus von Kues: MFCG* 5 (1966), 98–136, insbes. 112–115.

[19] Regiomontan hatte den Wortlaut aus der Übersetzung des Jacopo Cassiano, die er sich abgeschrieben hat (Nürnberger Stadtbibliothek *Cent* V 15). Der von ihm auf Grund Vergleichs mit einer griechischen Vorlage revidierte lateinische Text wurde von Thomas Gechauff der griechischen Erstausgabe Archimedischer Schriften (Basel 1544) beigegeben.

III

Die letzte Näherung aus dem zweiten Buch der De complementis mathematicis

Das erste Stück, dem ich mich nun zuwende, bezieht sich auf die letzte Näherung, die Nikolaus im zweiten Buch der *De mathematicis complementis* gibt. Die Vorlage befindet sich *nicht* unter den vorausgehend im Nürnberger Druck gegebenen Texten des Kardinals. Sie ist REGIOMONTAN durch Vermittlung seines Lehrers PEURBACH bekannt geworden. Hier der Originaltext bei Nikolaus[20]:

Descripto super ·*a*· centro circulo et tracta diametro ·*bac*· atque maxima chorda in infinitum extensa, quae orthogonaliter secet ·*bac*·, quae sit ·*dae*·, si tunc super aliquo puncto in ·*ac*·, qui de ·*b*· distet secundum longitudinem chordae arcus tertiae partis circuli, qui sit ·*f*·, circulum, cuius semidiameter sit ·*fb*·, descripseris, ille de maxima chorda abscindet rectam ·*gh*· medietati circuli aequalem vel propinquam. Quod si de ·*b*· et ·*c*· rectas ad ·*gh*· traxeris, erit superficies ·*bgch*· aequalis vel propinqua superficiei circuli ·*bcde*.

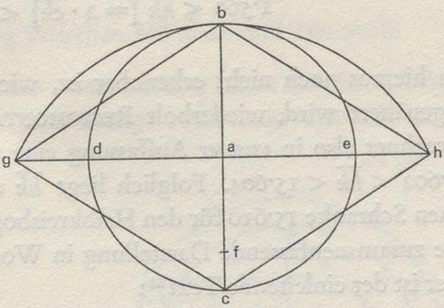

Abb. 1: *CP* II, *fol.* 88*v*

REGIOMONTAN drückt sich so aus[21]:

Sit circulus ·*abcd*· supra centro ·*e*· descriptus, quem duae suae diametri ·*ac*· et ·*bd*· quadrent, educaturque altera earum ·*bd*· utrinque ad longitudinem indefinitam. Latus trianguli aequilateri inscriptibilis huic circulo sit ·*af*·, cui ponatur aequalis ·*ag*. Super ·*g*· itaque facto centro secundum distantiam ·*ga*· circulus describatur, cuius circumferentia secet diametrum ·*bd*· ut supra utrinque prolongatam in punctis ·*h*· et ·*k*. Dicitur, lineam rectam ·*hk*· aequalem esse semicircumferentiae ·*bad*·, unde et duplam eius toti circumferentiae circuli ·*abgd*· aequari oportebit.

---

[20] *CP*, 88*v*, Absatz 1; deutsch in *CH*, 123. [21] *RS*, 54.

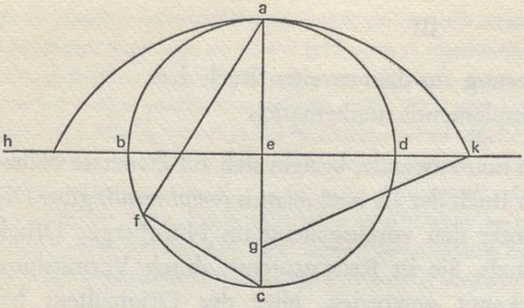

Abb. 2: *RS*, S. 54

Hier die Rechnung unter der Annahme, daß der Halbmesser $\overline{ea}$ des Kreises gleich 497 gesetzt wird[22]:

$$1{\cdot}561 < \text{Bogen } bac < 1{\cdot}562,$$
$$860 < \overline{af}\;[= 497\,\sqrt{3} = \overline{ag} = \overline{gk}] < 861,$$
$$363 < \overline{eg}\;[= \overline{ag} - \overline{ea}] < 364,$$
$$780 < \overline{ek}\;[= \sqrt{\overline{gk}^2 - \overline{eg}^2}] < 781,$$
$$1{\cdot}560 < \overline{hk}\;[= 2 \cdot \overline{ek}] < 1{\cdot}562.$$

Da hieraus noch nicht erkennbar ist, wie der Halbkreisbogen *bad* durch $\overline{hk}$ angenähert wird, wiederholt Regiomontan die Rechnung mit $\overline{ea} = 4{\cdot}970$, berechnet also in *unserer* Auffassung eine zusätzliche Dezimalstelle. Er erhält $15{\cdot}602 < \overline{hk} < 15{\cdot}604$. Folglich liegt $\overline{hk}$ unterhalb der unteren Archimedischen Schranke 15·610 für den Halbkreisbogen.

Die zusammenfassende Darstellung in Worten[23] ist vom 8. VII. 1464 datiert. Hier ist der einleitende Text[24]:

In editionem eiusdem [sc. Nicolai Cardinalis], quo pacto semicircumferentiae circuli aequalis designetur recta.

Georgius ille doctissimus mathematicorum praeceptor olim meus quandam curvi rectificationem brevem admodum mihi obiecit ac factu expeditissimam, cui principio quidem plurimum fidei habuit autoritate inventoris persuadente. Ubi vero pro acumine ingenii sui inventum huiusmodi examinare coepit, nam demonstrationem nusquam comperit, longe aliter quam ratus erat, accidere didicit, lineam enim rectam, quam inventor ille praedicavit aequalem semicircumferentiae circuli, multo minorem eadem semicircumferentia conclusit. Modus tamen Georgii acutissimi, quem huic negotio discutiendo accomodavit, memoriam reliquisse videtur meam. Si tamen is est, quem inferius exponam, non pudebit unquam aliena scripta retractare, quo recentior ad memoriam redeat imago praeceptoris. Sententiam igitur inventoris inprimis recitandam censui.

---

[22] *RS*, 54/55. [23] *RS*, 51/53. [24] *RS*, 51.

Nun folgt die Angabe, dann die Rechnung, jedoch in Worten (die Zahlen in Ziffern). Den Abschluß bildet folgende Bemerkung[25]:

Prope igitur ad metam accessit vir ille, quamvis medio frueretur facillimo. Non tamen idcirco satisfecit intellectui veritatem magis quam propinquitatem investiganti; nam si ad metam ipsam propinquius etiam quam Archimedes veniendi fuerit libido, viam in promptu habemus ab Archimede sumptam, qui quemadmodum proportionem circumferentiae ad diametrum conclusit inter duas, scilicet triplam sesquiseptimam et triplam superpartientem decem septuagesimas primas. Ita inter duas proportiones multo inter se viciniores eandem constituere poterimus circumferentiae ad diametrum proportionem. Sed in hoc non quiescit animus, cum recta aequalis circumferentiae circuli non sit data atque idcirco spes omnis circulum quadrandi adempta. Si qui ergo sive modernorum sive posteriorum huius rei gloriam venari velint, curvae lineae rectificandae vel circuli quadrandi problema sibi noviter obiectum habent, quamvis plurimi quidem vetustissimi philosophi id aggressi sint, nemo autem Archimedem in hoc philosophandi genere usque ad hodiernum diem superavit. Admirandus profecto esset, qui tantum tamquam inexplicabile curvi et recti discrimen rumperet alterumque in alterum commutandi facultatem traderet. Is enim maiores nostros universos ingenio suo, praesertim in geometricis exercitiis, longe antevenire crederetur.

IV

Die Näherung aus dem Dialog zwischen Nikolaus und Toscanelli

Das zweite Stück, auf das sich Regiomontan bezieht, findet sich im *Dialog*[26] zwischen Nikolaus und Toscanelli. Die dortige Näherungsvorschrift lautet so[27]:

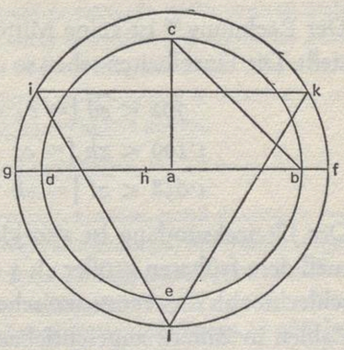

Abb. 3: *RS*, S. 10

Si corda quadrantis dati circuli fuerit addita semidiametro eiusdem, oritur diameter circuli circumscripti trigono isoperimetro circumferentiae dati circuli. Puta sit datus circulus super ·*a*· descriptus ·*bcde*· et ·*bc*· quadrans tracta corda ·*bc*· et lineis ·*ab*· et ·*ac*·, et sit alius

[25] *RS*, 53. [26] *RS*, 10/12; deutsch in *CH*, 143/50. [27] *RS*, 10; deutsch in *CH*, 143/44.

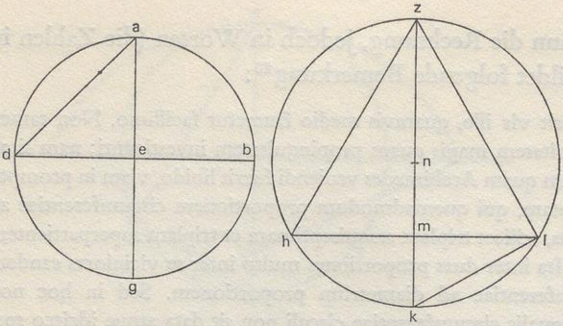

Abb. 4: *RS*, S. 24 und 58

circulus super eodem ·*a*· centro descriptus, cuius diameter ·*fg*· sit ut ·*ab*· et ·*bc*·, scilicet ·*gh*· ut ·*ba*· et ·*hf*· ut ·*bc*·, et inscribatur trigonus ·*ikl*. Dico illum trigonum rectilineum aequari circumferentiae curvae ·*bcde*.

Diese Anweisung wird von REGIOMONTAN an zwei Stellen in leicht verändertem Wortlaut wiedergegeben, beidemale mit der nämlichen Figur verbunden (Abb. 4). Die eine Anweisung – vermutlich die ältere – lautet so[28]:

Si ex semidiametro circuli dati atque corda quadrantis eius directe in longum coniunctis diametrum alteri circulo constituerimus, triangulus aequilaterus eidem alteri circulo inscriptus circulo dato aeque circummensurabitur.

Die andere etwas verkürzte Fassung hat den folgenden Wortlaut[29]:

Si ex semidiametro circuli dati atque corda quadrantis eius directe coniunctis diametrum alteri circulo constitueris, triangulus aequilaterus eidem inscriptus circulo dato isoperimeter habebitur.

Der Rechnung[30] ist keine Mitteilung über die Näherungsvorschrift vorangestellt. Die Einzelheiten sehen so aus: Ist Halbmesser $\overline{ea} = 497$, dann ist

$$702 < \overline{ad} \; [= \overline{ea}\sqrt{2}] < 703,$$
$$1{\cdot}199 < \overline{zk} \; [= \overline{ea} + \overline{ad}] < 1{\cdot}200,$$
$$1{\cdot}038 < \overline{zl} \; [= \overline{zk}\sqrt{\tfrac{3}{4}}] < 1{\cdot}040.$$

Der Dreiecksumfang ist also kleiner als $3 \cdot 120$, jedoch der Kreisumfang gemäß dem früheren größer als $3 \cdot 122$ (untere Schranke); also ist die Näherung schlechter als die ARCHIMEDische. Das Ganze findet sich in Worten (jedoch die Zahlen in Ziffern angeschrieben) wieder in einer Mitteilung an TOSCANELLI, der jedoch nicht eigens in der Überschrift erwähnt wird[31]:

In editionem eiusdem, quonam pacto triangulus aequilaterus describatur, ambitum habens aequalem circumferentiae circuli dati. Hoc nempe invento circumferentiae circuli dati aequalem rectam atque deinceps ipsi circulo aequalem quadratum designare facile esset.

---

[28] *RS*, 56. [29] *RS*, 23. [30] *RS*, 58/59. [31] *RS*, 56.

Si quisquam est, quem studium philosophiae celebrem reddere aut mathematicarum decus aeternitati consecrare debuit, prasertim hac nostra tempestate, unicus es inter Italos, Paule Florentine, tanto dignus munere, quippe qui disciplinas omnes adeo egregie tenes, ut cum Archimede victoriam propemodum habiturus certare videaris. Te philosophia ex alumno docili professorem doctissimum reddidit, neque unquam quievisses, virorum optime, nisi post medicinam summopere percognitam literas graecas didicisses, quo ingenii Tui vim abundiorem ostenderes et si quid somnolento interprete latinitati ineptius forsitan redditum e graeco offenderes, ipse limare ac demum caeteros docere posses.
Igitur Nicolao Cusano sancti Petri ad vincula Cardinali, episcopo Brixiniensi, viro in omnibus scibilibus profundissimo, cuius ingenium magis divinum quam humanum apud omnes nostrae aetatis homines reputatur, haec Tua excellentia adeo perspecta est et probata, ut familiaritatis suae maximum participem Te faceret, quod equidem ex dialogo quodam circumferentiae circuli rectificandae compertum habeo, ubi personas colloquentes Nicolaum et Paulum offendo, quem quidem dialogum nuper legenti mihi tanta et tam suavis iniecta est animi voluptas, ut nunquam ea maiorem in mathematicis studiis senserim.
Platonem enim ipsum in dialogo scribere solitum videre videbar. Ipsa denique materies multis quidem iamdudum celeberrimis quaesita ingeniis, mihi autem cognitu desideruntissima, animum supra modum affecit, et eo vehementius, quomodo tantae autoritatis viros haberet tractatores. Sed iterum atque iterum relegentem nunquam me defatigavit ille dialogus, quinimo maxime placuit.
Interea tamen scrupulus quidam crebro mihi obiiciebatur. Nam etsi solidam enuntiationi fidem haberem autoritate tantorum virorum, permotus tamen pro consuetudine mea fervorem animi scire cupientis magis quam credere, haudquaquam sedare potui, nisi argumentatio quaedam demonstrativa redderetur. Ratio enim, quam dialogus ille habebat, sicuti non plene intelligebatur, ita neque animo satisfaciebat, quae res tandem effecit, ut inventum illud penitus negligerem, nihil lectu dignum arbitratus, in geometricis potissimum, quod non demonstratione roboratur.
Nunc autem in urbe Venetorum existenti mihi forte in mentem rediit huiuscemodi inventio: verum argumentatio sua non occurrit, quam in exemplo commemorati dialogi videbam. Quamobrem decrevi explorare, an haec dicta inventio circumferentiae rectificandae consonet demonstratis Archimedis aut ei in aliquo repugnet. Nam si consonabit, non poterit ullo pacto repraehendi, cum Archimedem in nulla unquam re defecisse constet. Si autem repugnabit, quod reliquum est, facile quisque concludere poterit.

Nun folgt die Rechnung in Worten, dann als Schluß[32]:

Habes tandem, o Paule doctissime, breve huius inventionis examen, quod si unquam oculis Tuis obiectum fuerit, pro mansuetudine Tua legere velis ac existimare. Nihil enim unquam proferre ausim, quod iudicio Tuo aequissimo non foret confirmatum. Quod si rationem meam iudicaris efficacem, Tibi gloriam tribuendam censeo, qui singularis ac observandus mihi haberis praeceptor. Si vero invalidam aut forsitan nullam praedicaveris, id mihi lucro erit invenisse, qui errores meos aperte atque fideliter emendet, virum integerrimum. Quod genus hominum hisce nostris temporibus perrarum existit, adeo ista secta gnatonica inolevit, quae et mores quosque optimos interimit et leges maiorum nostrorum funditus evertit. Sed ne distantius egrediar, valere Te iubeo.
Venetiis, die nona Iulii 1464.

[32] *RS*, 58.

Außerdem haben wir auch eine Darstellung in Form eines von REGIOMONTAN stammenden Dialogs[33], worin die Zahlen nicht mehr in Ziffern, sondern wörtlich ausgeschrieben erscheinen. Hier der Anfang[34]:

De quadratura circuli secundum Nicolaum Cusensem, Dialogus Joannis de Monteregio.

Aristophilus *Critias*

ARIS. Grandis me tenet huius viri admiratio, cui etsi publicis arduisque circumvento negotiis tantum tamque clarum philosophiae munus suo ex thesauro natura ipsa deprompsit. Scio equidem plurimis iamdudum philosophis huiuscemodi metae attingendae libidinem incessisse, plerisque quidem frustra nitentibus, Archimedi autem palmam non iniuria venisse, tametsi principia sua non modo non admittere cogatur animus, verumetiam quodammodo horreat, spiralem videlicet lineam designare eique in puncto quolibet contingentem applicare. Hic autem spectatissimus Dei et naturae praeco nihil prosus ambigui admiscere videtur. Sed quid mecum haec mussitando diem contero? Conveniendus hercle est Critias meus, ut inventum hoc quamprimum resciat. Cui, nisi me animus fallit, ingens auri pondus advexisse videbor. Mirum autem si non domi suae manens ad lucernam etiam hoc mane literis invigilet. Adibo. Hui! Graves hasce fores aperi, obsecro, Critia.

CRIT. Quis est?

ARIS. Aristophilus salvere Te iubens.

CRIT. Recte quidem Te demiror, qui hoc triduo nusquam apparebas, auroram, vero literis meis delectissimam importunus adimis.

ARIS. Haud ab re, Critia, mihi succenses, habituro tamen, sic spero, veniam, ubi quod porto novum persenseris.

CRIT. Id novi amico commune facito.

ARIS. Faxo equidem libens, si prius calamum medullae Tuae furem reiicias.

CRIT. Itane iocis cedendum Tuis?

ARIS. Imo serio.

CRIT. Perge igitur, quod lubet.

ARIS. Pone igitur, quod iussi.

CRIT. Ah missos fac hosce ludos, nisi insolens aufugere malis, quem pridem importunum admisi.

ARIS. Profecto miseret me Tui nunquam se macerare desinentis. Remitte quaeso paulisper animum Tuum, et labori quietem intermisceas Tuo. Vix oculos Tuos video dimidios, genae pallidae, livida labiorum tinctura, quid mali portendant, ipse calles.

CRIT. Nihil est quod verear. Iam enim pridem febris grandiuscula id reliquit vestigiorum. Verum ita sunt res humanae, ut quae Tibi conducant, alius quispiam quam ipsemet certius iudicarit. Auscultandum Tibi censeo, Aristophile.

ARIS. Nobile cunctis iamdudum philosophis natura exposuit bravium, cuius obtinendi gratia plerosque Graecos clarissimos egregie cucurisse atque concertasse aiunt.

CRIT. Quas mihi nebulas affers?

ARIS. Archimedem in ea re caeteros superasse fama est.

CRIT. Pergine perplexe loqui?

ARIS. Ambitum circuli dirigere areamque suam quadrare perpaucis hactenus libuit.

CRIT. Imo nemini conanti etiam iter pateret, nisi Siculus ille geometrarum flos inventa sua literis mandasset.

---

[33] *RS*, 22/28. [34] *RS*, 22/23.

ARIS. Alium Tibi dabo, qui lucide breviterque lineae circulari aequalem rectam dare pollicetur, unde et circulum ipsum quadrare haud arduum videbitur.
CRIT. Hippocratem forsitan, quem per lunulas id assequi conatum defecisse clamant, ubi lunulae hexagonae aequalem triangulum rectilineum datum iri tanquam certum pridem et firmatum as/sumit, non enim nisi lunulae tetragonae aequum trigonum rectilineum p. 23
designavit.
ARIS. Non Chium illum, sed moderniorem virum praestantissimum.
CRIT. Graecum an Latinum?
ARIS. Latinum.
CRIT. Perplacet, si Graeca rerum inveniendarum facilitas Latino cuipiam accesserit, ut quamvis viri proh fortunae invidiam incertis hac nostra tempestate vagantur sedibus, bonarum tamen artium suarum simulacra animus quisquam possideat egregius. Sed tantae rei inventorem nosse velim.
ARIS. Vidistine opus quoddam De docta ignorantia?
CRIT. Vidi.
ARIS. Alius autem De staticis experimentis libellus Tibi unquam obiectus est?
CRIT. Eccum ipsum.
ARIS. Qui hunc et alia insuper clarissima edidit opera, digito monstraretur, si Romae una essemus.
CRIT. Quam iuvat hominem videre.
ARIS. Principem appelles Christianae religionis, rubro etenim galero tegitur, summoque Pontifici frater habetur dignissimus.
CRIT. Etsi virum hunc videre nunquam licuerit, tanta tamen tamque insignia monimenta sua facile mihi persuasere, ut quiquid philosophus ille asseruit, a veritate alienum esse non possit. Sola enim autoritate sua fides extemplo nascitur. Sed quonam pacto rem illam tradiderit, Aristophile, doceri percupio.
ARIS. Si benignas aures orationi crudae, quam geometra vitare nequit, accomodes, plane dabo sententiam eius.
CRIT. Ha, bone vir, quasi venustati magis quam veritati studendum sit, quin vocabulis peregrinis aut characteribus, quibusvis utaris licet, modo quod verum est, afferras.
ARIS. Ita intelliges: Hanc conclusionem vir ille affirmat.

Nun gibt ARISTOPHILUS die Regel des Dialogs, und CRITIAS beeilt sich, die Prüfung im Zusammenhang mit den ARCHIMEDischen Näherungszahlen vorzunehmen. Er überzeugt ARISTOPHILUS von der Unzulänglichkeit der Regel. Hier der Schluß des Dialogs[35]:

ARIS. Nunquam ad Te accedo, Critia, quin doctior abeam. Quam callide homo nodum mihi tantum dissolvit neque minus hilarem me reddidit contrarium veritati refellendo, quam si curvam circularem rectificandi areamve suam quadrandi facultatem tradidisset.
CRIT. Quid Tecum taciturnus reputas? Si reliqui nihil est quod me velis, abire iam licet. Absolvendum mihi est opus problematum Almagesti[36], quod coeperam; iamdudum refrixit calamus, quem vix domum ingressus abiici iusseras. Is denuo resumendus est, hora monet.

[35] *RS*, 28.
[36] Diese Schrift hatte REGIOMONTAN im Sommer 1463 begonnen (ZINNER[5], 234/35, Schriftenverzeichnis 57), sie blieb jedoch damals ungedruckt. Heute ist sie verschollen.

ARIS. Discedam hinc Tua cum benevolentia, si prius pollicearis huius negotii nostri exempla literis Te mandaturum.

CRIT. Et scribam et communia Tibi faciam ea tamen lege, ut amicis nostris nostra scripta visuris Critiam suum commendare studeas seque haud mordaci dente quempiam laesisse neque minimum sibi quid arrogasse persuadeas, qui Tuo permotus instinctu quicquid id est ac lubens effecerit.

ARIS. Omnes digne Tibi plausuros arbitror, quos dubia hucusque sententia detinuit. Ex veritate autem declarata odium Tibi nasci Tua non sinet modestia. Verum si opus fuerit, Tua iam nunc monita curabo satis. Vale.

Dieser Dialog ist undatiert. In den Einzelausführungen wird genauer auf die Spiralen-Abhandlung des ARCHIMEDES Bezug genommen, über die sich der Kardinal in der *Quadratura circuli*[37] wie folgt geäußert hatte)[38]:

Sed dum per helicam hanc ultimam partem [sc. circuli rectificationem] se reperisse crederet Archimedes, a vero defecit. Helica enim describi nequit, nisi signum a centro per semidiametrum in tanto tempore moveatur, in quanto semidiameter pro circuli descriptione circumvolvitur. Descriptio igitur helicae hos motus supponit, quorum habitudo est ut semidiametri ad circumferentiam. Praesupponitur igitur id quod quaerit. Citius enim recta dari potest circulari lineae aequalis quam helica vera figurari.

V

Eine unbeachtet gebliebene Näherung des Kardinals

Ich wende mich nun zum interessantesten und zweifelsohne schwierigsten 3. Stück der Sammlung. Es nimmt Bezug auf einen bisher im Original nicht bekannten Text aus Nikolaus' Feder, den REGIOMONTAN vermutlich in veränderter Fassung so wiedergibt[39]:

Esto circulus propositus ·*abc*· super centro ·*d*· descriptus, a cuius diametro ·*am*· aeque velociter moveri intelligantur duae semidiametri ·*db*· et ·*dc*·, haec quidem versus dextram, illa autem versus sinistram. Iamque sint transmotae ad eum situm, ubi ·*b*· et ·*c*· puncta aequaliter ab ·*a*· puncto distent. Ductaque corda ·*ac*· et linea ·*ae*· ei aequali, super puncto ·*e*· facto centro secundum quantitatem ·*ea*· describatur circulus, cuius circumferentia secet semidiametrum quidem ·*db*· in puncto ·*f*·, ·*dc*· autem continuatam in ·*g*·, ita ut ·*df*· sit subdupla ad ·*dg*. Dicitur, quod triangulus aequilaterus inscriptus circulo habenti semidiametrum ·*dg*· aequecircummensuretur circulo ·*abc*· (videlicet habeat ambitum aequalem circumferentiae circuli ·*abmc*·).

---

[37] *RS*, 5/9; deutsch in *CH*, 58/67.

[38] *RS*, 5; deutsch in *CH*, 58/59. Ähnliche Stellen: *De mathematicis complementis*, Anfang des ersten Buchs: *CP*, *fol.* 59^r; deutsch in *CH*, 69, und *De mathematica perfectione*, *CP*, *fol.* 102^v, deutsch in *CH*, 170.

[39] *RS*, 61.

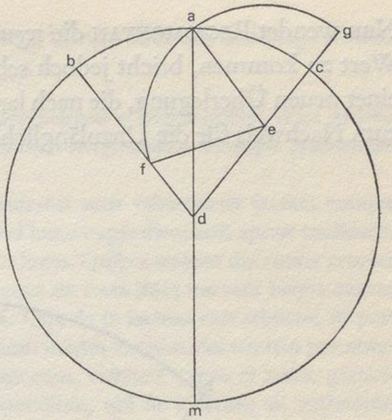

Abb. 5: *RS*, S. 61 und 67, vereinfacht

Den zugehörigen Rechnungen, die sich über mehrere Seiten hinziehen[40], ist die folgende veränderte Angabe beigesetzt[41]:

Dispositio. Sit circulus ·*abmc*· super centro ·*d*· descriptus, cuius diameter ·*am*. Duae autem semidiametri eius ·*db*· et ·*dc*· incoeperint simul moveri ab ·*a*· puncto recedendo, haec quidem versus dextram, illa vero versus sinistram; motus earum sit aeque velox. Iamque traductae sint ad talem situm, ut ducta corda ·*ac*· et linea ·*ae*· sibi aequali, super puncto ·*e*· facto centro secundum quantitatem ·*ea*· describatur circulus, cuius circumferentia secet semidiametrum quidem ·*db*· in puncto ·*f*·, ·*dc*· autem continuatam in ·*g*·, ita ut ·*df*· sit subdupla ad ·*dg*. Dicitur, quod triangulus aequilaterus inscriptus circulo, cuius semidiameter ·*dg*·, sit isoperimeter circulo ·*abmc*.

Zunächst beginnt Regiomontan an einer eigenen Figur[42] (Abb. 5) mit der Annahme $\sphericalangle\, adc = 36°$ und bemerkt nach längerer Rechnung, die er schließlich selbst als überflüssig erkennt, daß in diesem Fall $\overline{df} < \frac{1}{2} \cdot \overline{dg}$ ist. Dies ist allerdings selbstverständlich, weil ja die Dreiecke *def* und *cae* in diesem Fall kongruent sind. Ebenso selbstverständlich ist, daß im Fall $\sphericalangle\, adc = 54°\ \overline{df} > \frac{1}{2} \cdot \overline{dg}$ ist[43].

[40] *RS*, 67/82.

[41] *RS*, 67.

[42] Ich habe die durch viele überflüssige Nebenlinien unübersichtlich gewordene und zudem (wohl von Schöner) unrichtig gezeichnete Figur durch eine vereinfachte ersetzt, die nur das Wesentliche zeigt.

[43] Regiomontans Erläuterungsfigur kann hier ohne Schaden wegbleiben. Übrigens hat Regiomontan hier eine unglückliche Hand gehabt. Er wäre auch mit der Annahme $\sphericalangle\, adc = 45°$, die leicht durchzurechnen ist, auf die Ungleichung $df > \frac{1}{2} \cdot dg$ geführt worden. Dieser Gedanke stammt von Butéon. Darauf gehe ich kurz in Abschnitt 9 ein. Vgl. die Stelle bei Fußnote 76.

Nun wendet REGIOMONTAN die *regula falsi* an, um zu einem zweckmäßigeren Wert zu kommen, bricht jedoch schließlich verärgert ab und versucht es mit einer neuen Überlegung, die nach langen Rechnungen zum Ziel führt, nämlich zum Nachweis für die Unzulänglichkeit der vorgeschlagenen Näherung.

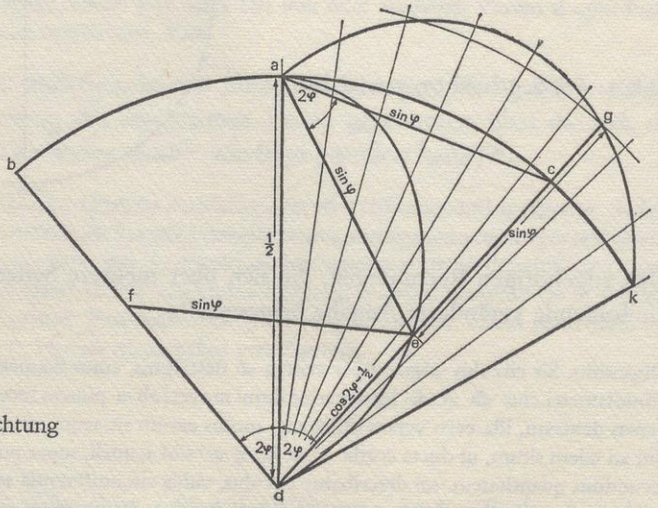

Abb. 6: Hilfsbetrachtung

Um den Leser nicht allzusehr durch überflüssige Rechnungen zu ermüden, schalte ich hier eine gleichwertige rein anschauliche Hilfsbetrachtung ein: Ich gebe in Anschluß an Abb. 6 dem Halbmesser $\overline{ad}$ des Ausgangskreises den Wert $\frac{1}{2}$ und setze

$\sphericalangle\, adc = 2\,\varphi = \sphericalangle\, eac.$

Dann ist

$\overline{ac} = \sin\varphi = \overline{ae} = \overline{eg}$, ferner

$\overline{ec} = 2 \cdot \sin^2\varphi = 1 - \cos 2\,\varphi$ und

$\overline{de} = \cos 2\,\varphi - \frac{1}{2}$, $\mathrm{dg} = \cos 2\,\varphi + \sin\varphi - \frac{1}{2}$.

Ist nun $\overline{dg}$ Halbmesser des Kreises, dem das zum Ausgangskreis umfangsgleiche gleichseitige Dreieck einbeschrieben ist, dann ist $dg = \dfrac{\pi}{3\sqrt{3}}$.

Lassen wir φ von 0° bis 30° zunehmen, dann beschreibt e einen Bogen innerhalb des Ausgangskreises von a bis d, g einen Bogen außerhalb des Ausgangskreises von a bis zum Punkt k, für den $\varphi = 30°$ ist. Wird $\overline{dg} = \dfrac{\pi}{3\sqrt{3}}$ gesetzt, dann ergeben sich innerhalb dieser Figur für φ zwei zulässige Werte, jedoch ist nur der größere brauchbar: $\varphi \approx 20°\,32'\,48''$. Wir erhalten nunmehr in Zahlen $\overline{dg} = 0{,}60460$, $\overline{df} = 0{,}27928 < \frac{1}{2} \cdot \overline{dg}$. Soll $\overline{df} = \frac{1}{2} \cdot \overline{dg}$ werden, dann müssen wir c gegen a hin verschieben. Dabei wächst $\overline{dg}$, und die Rechnung zeigt, daß wir die obere ARCHIMEDische Grenze für π dabei wesentlich überschreiten.

Die undatierte zusammenfassende Darstellung bringt über das bisherige hinaus weiteres über ARCHIMEDische Abhandlungen[44]:

In editionem eiusdem, quomodo spatium reperiatur aequilaterum et aequiangulum, cuius ambitus circumferentiae circuli dati sit aequalis, quod iterum ad curvi rectificationem circulique quadraturam conferret, si bene traditum esset.

Saepe et multum ipse mecum recensui atque admiratus sum vehementer tantam tamque inexplicabilem curvi et recti distantiam, ut nemo ad hunc usque diem satis aperte tradiderit, quo pacto alterum ex altero nascetur, praesertim in lineis, Quibus tantum discrimen propter curvitatem et rectitudinem interiectum est, ut neque ex recta linea curvam neque curvae propositae aequalem rectam constituere possimus. Qua de re factum esse arbitror, ut post multas veterum vigilias ac varios curvum rectificandi modos Archimedes tandem permotus sit excogitare quoddam medium, utroque extremorum, videlicet curvo et recto, participans, exemplum trahens a transmutationibus naturalibus, ubi de extremo ad extremum nunquam transitur, nisi intercesserit quoddam medium, cum quo extrema ipsa transmutanda communitatem quandam habeant.

Nativitas autem lineae rectae fit per motum puncti brevissimum, curva vero linea circularis ex fluxu puncti cuiuslibet a puncto centrali in motu suo aequedistantis nascitur. Hos igitur duos motus, rectum videlicet et circularem, Archimedes commiscens motum quendam promiscuum adinvenit et per eum motum quandam lineam mediam inter rectum et curvum constituit, quam spiralem appellavit, cuius quidem lineae officio curvae circulari aequalem rectam designare conatus est. Sed sicuti modum producendi hanc lineam non tradidit nisi per imaginationem, ita neque contingentem rectam ei applicare in puncto quolibet docuit, quae res necessariae sunt ad hoc, ut curvae circulari aequalem rectam designemus. Unde non iniuria quispiam dicere ausit, Archimedem curvae circulari nunquam aequalem rectam designasse, quippe qui contingentem rectam spirali lineae applicare nusquam docuerit.

Quis enim, ut ex primordiis geometriae exempla sumamus, a puncto quolibet dato lineae rectae propositae aequalem rectam produceret, nisi prius triangulum aequilaterum super lineam datam collocare sciret? Nemo denique angulo plano rectilineo aequalem redderet angulum, si prius tribus lineis rectis propositis, quarum quaelibet duae tertia reliqua maiores sunt, ex tribus aliis eis aequalibus triangulum constituere didicisset. Ingentes nihilominus Archimedi habendae sunt gratiae, qui tot et tantis tamque subtilibus inventis geometricis posteritatem adornavit, ut sempiternum inde monimentum haud indigne nactus sit, qui profecto rem hanc plenius edidisset, nisi importuno milite Marci Marcelli Syracusas obsidentis spiritum coelo reddidisset.

O ingenium viri acutissimum, o vigilias et labores perennes, quos in geometricis studiis ad mortem usque pertulit philosophus ille celeberrimus. Quis unquam dignum aliquid tantis sudoribus rependet? Quem non miserebit huius hominis, qui cariora duxit posteritatis ornamenta publica quam vitam propriam? Cui minime pepercit, ut maximum geometriae thesaurum posteris congereret. Occurrit demum illud inter omnia opera sua admiratione dignissimum, quod superficiem planam curvilineam in planam rectilineam vertere docuerit, nullo medio intercedente, quod curvi et recti naturam communiter saperet. Demonstravit enim sectionem coni parabolam esse sesquitertiam triangulo rectilineo, qui basim ha/- p. 61
beret communem cum ipsa sectione parabola et altitudinem eandem. Quamobrem facile

[44] *RS*, 60/61.

redditur ipsi parabolae sectioni aequalem rectilineam designare superficiem. Sic in transmutandis superficiebus vir ille acutissimus iter praebuit, quod in lineis inventu erat difficillimum.

Nolim tamen quispiam mihi succenseat, quod superius dixerim, Archimedem curvae circulari aequalem rectam non descripsisse atque idcirco quadraturam circuli nunquam attigisse. Ipse enim de seipso id confiteri videtur, ubi in libello De mensuratione circuli curvae circulari aequalem ferme, non tamen praecise rectam designare docet, officio numerorum concludens proportionem circumferentiae circuli ad diametrum eius inter duas consistere proportiones, quem quidem libellum post lineas spirales scripsisse creditur, ut saltem propinque ad verum quomodolibet accederet, quandoquidem aequalem curvae circulari rectam in veritate consequi non posset, ad metam enim si prope conieceris sagittam, tametsi punctum non tangas, haud inglorius habeberis.

Hoc igitur curvi rectificandi problema ad nostrae aetatis viros tandem devolutum est quasi intentatum et a nemine unquam satis absolutum, solvendi tamen spes atque possibilitas egregium quendam hisce nostris diebus virum invasit, qui multos quidem alios modos id efficiendi tradidit faciles et absque motu linearum fiendos, hunc vero difficilem et per motus linearum docuit absolvendum, cuius tenorem hoc in loco explicandum censui.

Nun folgt die Angabe und der Text mit der Rechnung in Worten, schließlich die Stellungnahme[45]:

Rationes autem, quae movere potuerunt inventorem, nullas invenio scriptas, quibus, si quae essent, non iniuria obviandum esset in calce huius orationis, quas nequaquam mathematicas, sed Lullianas potius fuisse arbitror. Qualescunque tamen fuerint, efficaciam habere non potuerunt, nisi duo contradictoria simul stare posse aliquis confiteatur.

Satis in hoc negotio lusisse videmur, ad aliam deinceps inventionem novissimam transire licebit, si prius universos haec nostra scripta lecturos hortabimur, ut pro mansuetudine sua nostras suscipiant rationes, non tanquam detractorias, sed veritatis duntaxat monstratrices. Nam si alium quempiam lacessere aut nostra ostentare facta cupidi fuissemus, multo plures quam fecimus rationes adduxissemus more oratorum, qui suum quam plurimis argumentis confirmant propositum, quamvis non aeque fortibus. Unica igitur ratione usi sumus, ut humiliter ac sincere veritatem investigasse potius credamur quam arroganter aliis detraxisse.

VI

Eine weitere Näherung aus dem zweiten Buch der De complementis mathematicis

Obwohl ersichtlich verärgert, entschließt sich Regiomontan doch schon am nächsten Tag zur Fortsetzung der Rechenarbeit. Das 4. Stück, das er prüft, entstammt wiederum dem zweiten Buch der *De complementis mathematicis*. Wie diese Näherung Regiomontan bekannt geworden ist, wissen wir nicht.

Ich beginne mit dem Text des Kardinals[46]:

---

[45] *RS*, 66. [46] *CP*, *fol.* 82v/83r, Absatz 1; deutsch in *CH*, 116/17.

Volo autem adhuc alios quosdam possibiles modos tangere, quomodo scilicet omnis circulus immediate in quam volueris resolvitur polygoniam absque eo, quod peripheriam circuli curvam prius in rectam lineam resolvi oporteat, quos pro exercitio ad magis otiosos remitto. Si quadranti circuli latera circumscriptae et inscriptae tetragonorum descripseris atque a centro circuli ad punctum, ubi circumscriptae latus circumferentiam contigerit, lineam duxeris, et aliam a centro ad finem lateris, triangulum concludendo, traxerisque deinde a centro per aliquem punctum arcus ad latus circumscriptae lineam tali modo, quod alia linea aequedistans lateribus polygoniarum transiens de latere ad latus trianguli per eundem punctum arcus fuerit aequalis duabus portionibus, quas prior/linea a centro ducta per eundem punctum de lateribus polygoniarum dictarum secuerit, inter ipsam lineam et aliam, quae est latus trianguli ad punctum contingentiae ducta, erit linea illa aequedistans medietas lateris polygoniae arcui correspondentis circulo aequalis. fol. 83r

Ut si super ·*a*· centro describatur circulus, cui volo tetragonum aequalem invenire, quadrantem signo, qui sit ·*bc*·, et traho latera tetragonorum, et sit latus tetragoni circumscripti ·*de*·, et tangat circulum in ·*f*· puncto. Traho ·*af*· et ·*ad*· et ·*bc*·, latus tetragoni inscripti, et ubi ·*bc*· secat ·*af*·, pono ·*k*. Traho deinde de ·*a*· per aliquem punctum arcus ·*bf*· lineam ad ·*df*·, et sit punctus in arcu ·*g*·, et ubi secat latus ·*bk*·, ponatur ·*l*·, et ubi latus ·*df*·, ponatur ·*m*. Et per ·*g*· traho aequedistantem ad ·*df*· de ·*af*· ad ·*ad*·, et sit ·*ghi*. Dico, si ·*hi*· est aequalis ·*lk*· et ·*mf*· simul, ·*hi*· est medietas lateris tetragoni circulo aequalis.

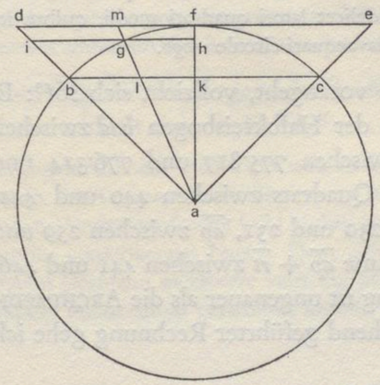

Abb. 7: *CP*, *fol.* 82v

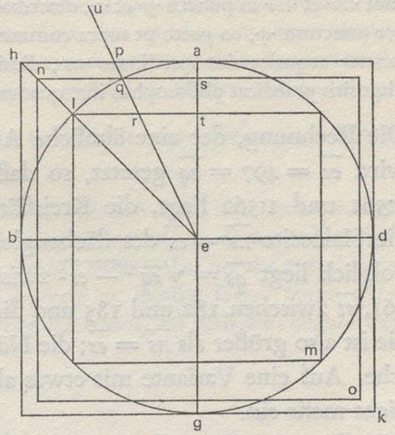

Abb. 8: *RS*, S. 40

Wiederum sind Angabe und Figur in der Darstellung Regiomontans verändert[47]:

Circulo ·*abgd*· super ·*e*· centro descripto circumscribatur quadratum ·*hk*· inscribaturque quadratum/ ·*lm*·, productis duabus circuli diametris ·*ag*· et ·*bd*·, orthogonaliter se secantibus p. 40
ad rectos, etiam lateribus dictorum quadratorum incidentibus. Ducatur deinceps ex centro circuli linea ·*eh*· per angulos quadratorum ·*h*· et ·*l*·, et item alia ·*eu*· indefinitae longitudinis ex parte ·*u*·, cuius quidem terminus ·*e*· semper adhaereat centro circuli ·*e*. Ipsa vero linea

[47] *RS*, 39/40.

intelligatur moveri a linea ·*eh*· versus lineam ·*ea*·, secando circumferentiam circuli. Intelligatur insuper quadratum, cuius latera aequedistent lateribus praedictorum quadratorum. Unum autem eorum laterum transeat per punctum sectionis praedictae, in quo videlicet linea ·*eu*· secuit circumferentiam circuli. Ipsum etiam quadratum huiusmodi medium consistat circa diametros duorum quadratorum extremorum.

Oportebit autem tale quadratum necessario semper variari propter motum lineae ·*eu*· circumferentiam circuli diversimode secantis, ita quod quanto magis recedet linea ·*eu*· a linea ·*eh*·, tanto magis habebitur. Dum autem linea ·*eu*· coincidit cum linea ·*eh*·, quadratum tale coincidet cum quadrato ·*lm*. Cum vero ad situm lineae ·*ea*· traducta fuerit, coincidet quadratum tale cum quadrato ·*hk*. Praeterea linea ·*eu*· secabit duo latera quadratorum ·*hk*· et ·*lm*·, contingitque aliquando, ut duae particulae dictorum laterum interceptae duabus lineis ·*eu*· et ·*ea*· simul iunctae sint aequales medietati lateris quadrati medii, quod scilicet secundum motum lineae ·*eu*· variatur.

Nam quando linea ·*eu*· iacet in situ lineae ·*eh*·, duae lineae ·*ha*· et ·*lt*· simul iunctae longiores sunt medietati lateris quadrati per punctum sectionis ·*l*· transeuntis. Dum autem fuerit linea ·*eu*· in situ lineae ·*ea*·, nihil inter duas lineas ·*eu*· et ·*ea*· intercipietur. Sic ergo per motum lineae ·*eu*· a maiori transitur continue usque ad non quantum, quare aliquando ventum est ad aequale. Hoc, nisi me fallit opinio, nemini dubium videbitur. Sit itaque nunc linea ·*eu*· in tali situ secans circumferentiam quidem circuli in puncto ·*q*·, latera autem quadratorum ·*hk*· et ·*lm*· in punctis ·*p*· et ·*r*·, describaturque quadratum ·*no*·, cuius unum latus incedat per punctum ·*q*·, eo pacto ut supra commemoravimus. Duae autem lineae ·*pa*· et ·*rt*· simul iunctae aequales sint ipsi lineae ·*ns*·, dimidio videlicet lateri quadrati medii, quibus ita dispositis praedicat philosophus ille, quadratum ·*no*· aequari circulo ·*abgd*.

Die Rechnung, der eine ähnliche Angabe vorangeht, vollzieht sich so[48]: Es wird $\overline{ea} = 497 = \overline{eq}$ gesetzt, so daß also der Halbkreisbogen *bad* zwischen 1·561 und 1·562 liegt, die Kreisfläche zwischen 775·817 und 776·314 und die Halbseite $\overline{ns} = \overline{es}$ des flächengleichen Quadrats zwischen 440 und 441. Folglich liegt $\overline{qs} = \sqrt{\overline{eq}^2 - \overline{es}^2}$ zwischen 230 und 231, $\overline{ap}$ zwischen 259 und 261, $\overline{rt}$ zwischen 182 und 185 und die Summe $\overline{ap} + \overline{rt}$ zwischen 441 und 446. Sie ist also größer als $\overline{ns} = \overline{es}$; die Näherung ist ungenauer als die Archimedische. Auf eine Variante mit etwas abweichend geführter Rechnung gehe ich nicht mehr ein.

Die allgemeine Darstellung vom 5. VII. 1464 beginnt so[49]:

In editionem Domini Nicolai de Cusa Cardinalis S. Petri ad Vincula De quadratura circuli.

Apud maiores nostros vetus iamdiu agitatum est problema, circulum propositum quadrare, breve quidem verborum tenore, effectu autem ita arduum atque inexplicabile, ut plurimis philosophis id absolvere tentantibus, tametsi diversam quisque pro modo ingenii sui eligeret viam, spes omnis adempta sit, nemo autem eorum satis docte rem hanc tradidisse videtur. Nam etsi Archimedes Syracusanus egregie atque propinque ad metam hanc accesserit, adeo ut universos alios longe superasse credatur, tamen quia utitur lineis spiralibus ad propositum suum, quarum descriptio difficilius ferme problema obiicit intellectui quam ipsa circuli quadratura, visum est plerisque, Archimedi huiusce problematis absolutionem

[48] *RS*, 47/49; die anschließende Variante steht auf S. 49/51. [49] *RS*, 39.

haudquaquam constituisse. Adde quod in hac re utitur linea recta contingente spiralem in prima revolutione descriptam in termino suo, quod profecto obscurum atque incertum factu est. Neque mireris, quod Archimedis in hoc negotio meminerim, de quo nihil scripsisse videtur, quippe qui nulli librorum suorum De quadratura circuli titulum imposuit. Satis revera hoc intendisse videtur, dum circumferentiae circuli aequalem rectam describere conatur, qua quidem descripta nihil reliqui est, quod circulum quadrare prohibeat. Verum Archimedes ipse, quo pacto linea recta aequalis circumferentiae circuli describeretur, non tradidit, quamvis hanc conclusionem enuntiaverit:
Si linea recta contingat spiralem in prima circulatione descriptam in termino eius, educaturque recta ab initio spiralis, continens angulum rectum cum linea, quae circulationis existit principium, recta quae ipsa contingente et dicto circulationis principio intercipitur, circumferentiae circuli aequabitur. Describere enim rectam aequalem circumferentiae circuli praesupponit descripsisse lineam spiralem eique contingentem applicuisse, quae duo non minus profecto difficilia videntur quam circumferentiae circuli aequalem rectam designare.
Nonnulli tamen fuere, qui circulum quadrare tentarunt absque descriptione praevisa rectae aequalis circumferentiae circuli quemadmodum Hippocrates, cui per lunulas circulum quadrare conanti Philopatris[50] notam insufficientiae impinxit, et quidem non iniuria. Hac demum tempestate nostra vir quidam egregius circulo proposito aequale quadratum describere tentavit, similiter absque designatione rectae aequalis circumferentiae circuli, sed lege quadam constituit quadratum medium inter duo quadrata, quorum alterum quidem circulo proposito circumscribitur, alterum vero eidem inscribitur, ita ut circa diametros amborum consisteret, cuius intentionem quam paucissimis explicandam censui.

Nun folgt die Wiedergabe der Rechnungen in der uns bereits bekannten Form; daran schließt sich die Kritik[51]:

Argumentationem autem, qua usus est in hoc suo proposito inventor ille, non in prompto teneo, sicuti neque aliis libellis meis uti iam licet in hac peregrinatione diuturna. Ne tamen solem Venetorum frustra mihi luxisse quispiam fortasse clamitet, has notulas ut inciderunt raptim conscribendas censui. Quas quicunque lecturus es, veritati favere potius quam Ioanni Germano succensere velis, cui profecto non lacessendi, sed veritatem cognoscendi cupido huiuscemodi periculum iniecit.

VII

Die Näherung aus der De una recti curvique mensura

Die am 28. VI. 1464 angestellten Rechnungen zum 5. behandelten Stück beziehen sich zunächst auf ein spezielles Ergebnis aus der Schrift *De una recti curvique mensura* des Kardinals[52]:

50 Statt PHILOPATRIS sollte PHILOPONOS stehen. Gemeint ist die verkürzte Darstellung der Möndchenquadratur, enthalten im Kommentar zu den *Anal. post.* I, 9.75^b 37–76^a 3. Die lateinische Fassung ist im Druck wiedergegeben in *Johannis Grammatici Philoponi in Aristotelis posteriora analytica commentarii*, Paris 1543, Buch I, fol. 26/27.

51 *RS*, 43. 52 *RS*, 20; deutsch in *CH*, 140.

Arcui semicirculi rectam et areae eius curvae rectilinealem commensurabiles designare. Sit circulus, et ·*bc*· arcus semicirculi, cuius medium ·*a*·, et ·*d*· punctus magisterii aequedistans de ·*a*· et ·*b*·, puta hoc casu centrum circuli, et trahe ·*ad*· lineam, deinde trahe ·*db*· in continuum, et sit ·*de*·, ita quod si medietatem ·*de*· feceris cordam ·*ag*·, quae de ·*a*· per ·*de*· trahitur, ipsa transeat per ·*f*· punctum ·*de*·, qui ·*f*· punctus distet de ·*d*· per quartam partem ·*de*· modo quo supra[53]. Deinde claude orthogonium per ·*ae*· latus. Dico aream ·*ade*· orthogonii commensurabilem areae semicirculi et ·*de*· commensurabilem arcui ·*bc*.

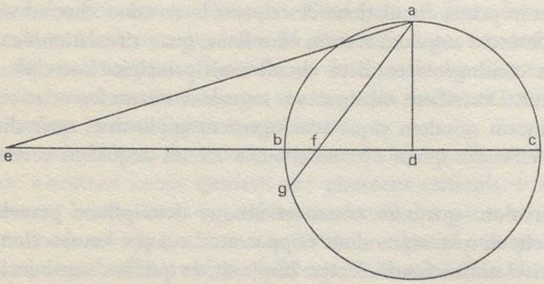

Abb. 9: *RS*, S. 21

Bei REGIOMONTAN finden wir den folgenden Text vor[54]:

Circulum ·*abcd*· super centro ·*e*· descriptum duae diametri suae secent in quatuor quadrantes, extendaturque ·*db*· diameter ultra ·*b*· absque fine determinato. Demittatur corda ex puncto ·*a*·, quae sit ·*af*·, secans diametrum praedictam in puncto ·*g*· hac lege, ut si recta ·*eh*· sumatur dupla ad eam cordam ·*af*·, ·*eg*· intercepta centro circuli et puncto ·*g*· sit quarta pars lineae ·*eh*. Dicitur, rectam ·*eh*· esse aequalem semicircumferentiae ·*bad*.

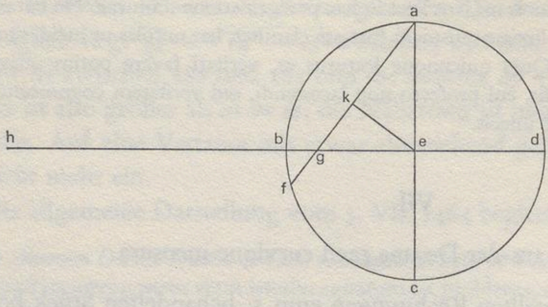

Abb. 10: *RS*, S. 84

Die zugehörige Rechnung sieht so aus[55]: Der Halbmesser $\overline{ae}$ wird gleich 4·970 gemacht, so daß der Bogen $\overline{ab}$ zwischen den Zahlen 7·805 und 7·810 liegt. Er soll gleich der Sehne $\overline{af}$ werden. Deren Hälfte $\overline{ak}$ liegt also bestimmt zwi-

[53] Dies ist eine Bezugnahme auf den Cusanischen Text, den ich bei Fußnote 57 wiedergegeben habe. REGIOMONTAN hat zuerst die spezielle Näherung untersucht und dann erst die allgemeine. [54] *RS*, 83. [55] *RS*, 83/86.

schen 3·902 und 3·905. Folglich kann $\overline{ag}$ aus dem rechtwinkligen Dreieck *age* nach dem Kathetensatz bestimmt werden: $\overline{ag} \cdot \overline{ak} = \overline{ae}^2$ liefert $6{\cdot}325 < \overline{ag} < 6{\cdot}331$. Also ist auch $\overline{eg} = \sqrt{\overline{ag}^2 - \overline{ae}^2}$ bestimmbar; die Schranken sind 3·912 und 3·922 und passen nicht zu denen, die oben für $\overline{ak} = \overline{eg}$ ermittelt wurden.

Auf eine anschließende Variante der Rechnung gehe ich nicht ein, wohl aber muß ich erwähnen, daß in einer vom 29. VI. 1464 datierten Fortsetzung der Rechnung[56] auch der *algebraische* Ansatz erscheint, der sich aus der Gleichheit von $\overline{eg}$ und $\overline{ak}$ im rechtwinkligen Dreieck *age* ergibt.

Anschließend behandelt REGIOMONTAN die erweiterte Regel der *De una recti curvique mensura*, die so lautet[57]:

Dato arcu rectam ei commensurabilem assignare.

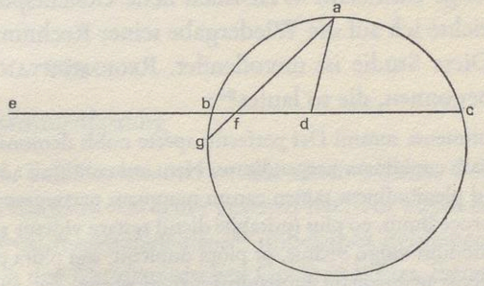

Abb. 11: *RS*, S. 17

Sit ·*bc*· datus arcus, cuius ·*a*· medium, et trahatur corda ·*bc*·, et in illa punctus aequedistans de ·*a*· et ·*b*·, qui sit ·*d*·, et hic est punctus huius magisterii. De illo igitur per ·*b*· continua rectam, quae sit ·*de*·, taliter quod si de ·*a*· cordam ·*ag*·, quae sit ut medietas ·*de*·, per ·*de*· traxeris, illa corda vadat per ·*f*· punctum lineae ·*de*. Sit autem ·*df*· quarta pars ·*de*. Tunc ·*de*· linea recta est commensurabilis ·*bc*· arcui.

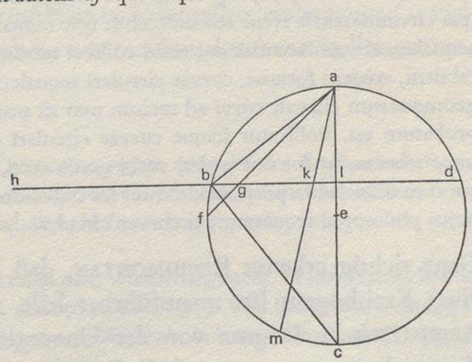

Abb. 12: *RS*, S. 89

[56] *RS*, 86/89. [57] *RS*, 16; deutsch in *CH*, 136/37.

REGIOMONTAN gibt dieser Regel die folgende Fassung[58]:

Circuli ·*abcd*· super ·*e*· centro lineati arcus accipiatur ·*bd*· quantuscunque minor tamen semicircumferentia, quem subtendat corda sua ·*bd*·, sagittaque ·*al*· protensa ultra centrum offendat circumferentiam circuli in puncto ·*c*·; erit itaque ·a· vertex portionis ·*bad*. Sumatur demum in corda ·*bd*· punctus ·*k*·, tantum distans per rectam lineam a vertice portionis ·*a*·, quantum ·*a*·*b*·, altero termino portionis. Hunc punctum magisterii vocavit vir ille, quod ab eo tanquam radice totum ferme prasens pendeat negotium. Ducatur insuper ex puncto ·*a*· corda ·*af*·, et corda ·*db*· directe continuetur usque ad ·*h*·, donec ·*hk*· sit dupla ad cordam ·*af*· et quadrupla ad lineam ·*gk*. Unde et cordam ·*af*· duplam esse lineae ·*gk*· consequitur. Asserit inventor ille, lineam rectam ·*hk*· commensurabilem esse arcui ·*bad*. Videtur voluisse dicere aequalem. Hoc pacto cuilibet arcui proposito, qui minor est semicircumferentia, aequalem rectam assignare conatur.

Hier kann REGIOMONTAN die Rechnung nicht allgemein führen[59]. Er beschränkt sich auf die Rektifikation des Bogens *bad*, der ein Drittel des gesamten Umfangs ausmacht. Wesentlich neue Gesichtspunkte treten nicht auf; daher verzichte ich auf die Wiedergabe seiner Rechnung.

Diese Studie ist unvollendet. REGIOMONTAN hat eine allgemeine Einführung begonnen, die so lautet[60]:

Immensa summi Dei perfectio aperte nobis demonstratur, dum insatiabilem animae rationalis cupidinem perpendimus. Nam etsi continuis additamentis nasci soleant artes humanae, ad plenitudinem tamen earum nunquam pertingere licet. Quo namque amplius in scientiis procedimus, eo plus (mirabile dictu) restare videtur ad discendum; fitque deinceps, quemadmodum vulgo dicitur, ut plura dubitent, qui plura didicere. Summus igitur gradus perfectionis nequaquam humanitus attingi potest, sed cognitis scibilibus quantiscunque ad alia semper invenienda tenditur, quod profecto obtigisse arbitror huic viro celeberrimo ac diligentissimo rerum secretarum investigatori, qui post multos modos circumferentiam circuli aut eius medietatem rectificandi areamque suam quadrandi sedulo conatus est tradere, quonam pacto arcui quantolibet aequalis recta designaretur, ac e contra lineae rectae quantaecunque propositae, quae minor sit circumferentia circuli dati, aequalis ex ipsa circumferentia arcus abscinderetur. Ipse tamen, quemadmodum verba sua sonant, non aequalem circumferentiae aut arcui cuilibet rectam assignare pollicetur, sed ei commensurabilem, credens fortasse, curvae circulari aequalem rectam dari non posse, cum, ut vulgus geometrarum clamat, curvi ad rectum non sit proportio, cuius contrarium superius comprobatum est. Pollicetur itaque curvae circulari commensurabilem rectam designare ad hunc sensum, ut tot sint pedes, verbi gratia recti, in ipsa linea recta designata, quot sunt curvi in linea curva proposita, sed revera fugiendo inconveniens, quod secundum mentem huius philosophi sequeretur, si curvae circulari ...

Ganz richtig erkennt REGIOMONTAN, daß Nikolaus die genaue Ausmessung eines Kreisbogens für unausführbar hält, und zwar deshalb, weil dem das ARISTOTELische Dogma von der Unvergleichbarkeit des Geradlinigen und Krummlinigen entgegensteht[61]. Daß dieses Dogma unrichtig ist, hat er schon

[58] *RS*, 89. [59] *RS*, 89/93. [60] *RS*, 83. [61] Hierzu vgl. HOFMANN[18], S. 114–115.

im undatierten Schreiben an TOSCANELLI mit aller Deutlichkeit gesagt[62]. Die Einleitung ist unvollständig, weil REGIOMONTAN offensichtlich nicht mit dem Ergebnis seiner auf Spezialfälle gestützten Rechnung zufrieden ist. Das sagt er am Ende dieser Rechnung sozusagen im Selbstgespräch recht deutlich[63]:

Posset praeterea simile examen fieri, ponendo arcum ·*bad*· decimam partem aut quintam aut quartam totius circumferentiae partem, sed quoniam labor plurimus est et ex commemoratis finem eius consecuti sumus, hic non iniuria quiescendum censui.

Daß REGIOMONTAN die Feder ein wenig ärgerlich aus der Hand legt, wird ihm kein Fachmann verübeln können. Aus dieser Stimmung heraus ist dann später die bekannte Äußerung im Brief an Chr. RODER vom 4. VII. 1471 entstanden[64]:

Nicolaus autem Cusensis cardinalis, geometra ridiculus Archimedisque aemulus, quantas ostendabundus nostra tempestate invexit nugas? Quippe qui plurimos quadrabilis circuli modos edidit frivolos penitus et non nisi Lullianis quibusdam suasiunculis initentes.

VIII

Zusammenfassung

Zusammenfassend stellen wir fest, daß REGIOMONTAN nur einen kleinen Teil der mathematischen Studien des Nikolaus von Kues gesehen hat; vor allem ist ihm die Regel aus den *De geometricis transmutationibus*[65] unbekannt geblieben, die einen Näherungswert *innerhalb* der ARCHIMEDischen Grenzen liefert, ferner die außerordentlich interessante Bogenteilung aus der nämlichen Schrift[66] und die Regel aus der *De mathematica perfectione*[67]. Als tüchtiger, gewandter und beinahe unermüdlicher Rechner hat REGIOMONTAN aus dem ihm zur Verfügung stehenden Material alles Erdenkliche herausgeholt. Auf den funktionellen Näherungsansatz der *Quadratura circuli*[68] ist er nicht näher eingegangen – vielleicht deshalb nicht, weil er des Glaubens sein mochte, durch die Stellungnahme

---

[62] Vgl. oben den Text bei Fußnote 15.

[63] *RS*, 93.

[64] Ich folge dem Text aus der von M. CURTZE besorgten Ausgabe des *Briefwechsels Regiomontans mit Giovanni Bianchini, Jakob von Speier und Christian Roder*, in Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften Heft 12, Leipzig 1902, 329.

[65] *CP*, 36^r; deutsch in *CH*, 7.

[66] Diese Näherung ist in *CP*, 38^r–40^r unzulänglich wiederhergestellt. In den Handschriften wird eine andere Konstruktion gegeben, deutsch in *CH*, 14/15. Vgl. hierzu die Deutung in J. E. HOFMANN: *Nikolaus von Cues – der unwissend-Wissende*, in Centaurus 51, 241/76 (1964), insbes. 254/56.

[67] *CP*, 106^r; deutsch in *CH*, 170/71.

[68] *RS*, 5/9; deutsch in *CH*, 59/65.

TOSCANELLIS[69] sei das Unzulängliche dieses Ansatzes bereits festgestellt. Daß hier Gedanken von außerordentlicher Fruchtbarkeit vorausgeahnt waren[70], ist REGIOMONTAN entgangen. Die allzu ungewohnte, im Sinne der damaligen Fachmathematiker notwendig dilettantisch wirkende Verkleidung hat ihm den Zugang zum vollen Verständnis dieser Überlegungen verschlossen. Seine Kritik ist nur *im einzelnen* richtig; im Hinblick auf die Gesamtentwicklung ist sie es *nicht*.

Andererseits hat sich REGIOMONTAN durch die immer wieder vorgebrachte und wohlfundierte Feststellung, daß gerade und (glatte) krumme Linien durchaus vergleichbar seien, ein außerordentliches Verdienst erworben. Seine Ausführungen sind zwar verspätet, jedoch immerhin zu einem Zeitpunkt an die Öffentlichkeit gekommen, da die ARCHIMEDischen Schriften noch nicht im Druck zugänglich waren. Sie bezeugen mit großer Eindringlichkeit, daß REGIOMONTAN der erste Mathematiker der Neuzeit war, der die Grundgedanken des ARCHIMEDES wirklich verstanden hat.

IX

Butéons Kritik, Ausklang

Die Kritik REGIOMONTANS galt seit der Veröffentlichung des Jahres 1533 in Fachkreisen als das maßgebliche Urteil über die Versuche des Nikolaus von Kues. Das nämlich, was sich in der heute recht selten gewordenen originalen Pariser Ausgabe an mathematischen Abhandlungen vorfindet, scheint von den zeitgenössischen Fachmathematikern nur wenig beachtet worden zu sein[71]. Dies schließen wir etwa aus dem Inhalt einer Schrift des französischen Mathematikers Jean BUTÉON[72], die sich ausschließlich auf die REGIOMONTANschen Texte bezieht.

Was BUTÉON zu der Cusanischen *Quadratura circuli* zu sagen hat[73], betrifft zunächst das Sprachliche[74]:

---

[69] *RS*, 13/14; deutsch in *CH*, 128/31.

[70] Vgl. das über die Weiterentwicklung in *CH*, XL–XLV Gesagte.

[71] Was der in Fachkreisen völlig unbekannte Augustiner-Chorherr Omnisanctus VASARIUS von Livry zu den mathematischen Schriften in der Parisina sagt, ist weitschweifig und mathematisch wenig aufschlußreich; zum besseren Verständnis der cusanischen Gedanken tragen diese *Annotationes* kaum bei.

[72] *De quadratura circuli*, Lyon 1559; vgl. das Faksimile des Titelblattes (vgl. Bildtafel VIb). Ich zitiere diese Schrift im nachfolgenden als *BC* mit anschließender Seitenzahl.

[73] *BC*, 117/50. [74] *BC*, 119.

Et ut a levioribus ordiar, satis in ipso Cusano frequens barbaries et improprietas verborum deprehenditur. Qualis est iamdudum pro iam pridem, quoniam longi temporis spatium signare voluit, quod praepostere fit per iamdudum, cuius significatio intra paucas horas coarctatur. Item seriosas barbare positum pro serias. Delectabiliter autem et scibilis non sunt latina vocabula...

Diese Kritik – ich habe mich nur auf die ersten Beispiele beschränkt – ist im Grunde völlig abwegig; denn die Sprache ist etwas Lebendiges und wandelt sich als solche sowohl in Wortwahl wie in Wortbedeutung wie in Ausdrucksform fortwährend. Als »barbarisch« könnte also nur bezeichnet werden, was *in sich* sinnwidrig ist.

Bei Behandlung des Mathematischen nimmt Butéon vor allem am Beweisverfahren Anstoß, das in der Tat nicht verbindlich ist. Er verschärft hier die Kritik Regiomontans mit den Worten[75]:

Nam (ut ipse [scil. Regiomontanus] ait) mathematico demonstrandi genere Cusanus non utitur. At ego dicam amplius, quod nec etiam sophistico. Ipsa enim sophismata, etsi fallacia, vera tamen aliquatenus apparent.

Im übrigen verkürzt Butéon die Schlußweise Regiomontans an einigen Stellen, so z. B. bei Behandlung der Näherung des Abschnitts 6: Hier wird als Beispiel für die Ungleichung $\overline{df} > \frac{1}{2} \cdot \overline{dg}$ der zweckmäßigere Bogen über der Seite des einbeschriebenen Quadrats herangezogen[76]. Auch die Behandlung der Näherung des Abschnitts 8 für den Halbkreisbogen wird etwas einfacher dargestellt[77], jedoch ist der erzielte Fortschritt nur gering.

Butéons Veröffentlichung liegt *vor* der Basler Ausgabe der Cusanischen *Opera* von 1565. Diese Ausgabe enthält auch die von Schöner aus Regiomontans Nachlaß abgedruckten Texte aus der Feder des Kardinals, nicht aber die zusätzlichen Rechnungen und kritischen Bemerkungen Regiomontans. Gewiß, diese Ausgabe ist reich an Druckversehen und enthält auch vieles andere, was beanstandet werden muß. Aber dieser Druck ist im Gegensatz zur *Parisina* verhältnismäßig weit verbreitet. Aus ihm haben die Mathematiker des 16. und 17. Jahrhunderts entscheidende Anregungen empfangen. Darauf soll jedoch nicht hier, sondern vielleicht bei späterer Gelegenheit näher eingegangen werden.

Anhang

Um der auf möglichst gesicherte *Handschriften* gestützten lateinischen Ausgabe der mathematischen Schriften des Nikolaus von Kues nicht vorzugreifen, sind die hier vorgelegten Texte ausschließlich auf bereits vorhandene *Drucke* gestützt. Da diese von den handschriftlich überlieferten Texten nur in sprachlichen Nebensächlichkeiten abweichen, wird der Sinn des Vorgebrachten durch die Bezugnahme auf die Drucke nirgends gefährdet. Druckversehen wurden stillschweigend berichtigt; die Groß- und Kleinschreibung und die

[75] *BC*, 130. [76] *BC*, 135. Vgl. oben Anm. 43. [77] *BC*, 148/49.

Interpunktion sind dem heutigen Sprachgebrauch angepaßt. Um die für geometrische Grundelemente wie Punkte, Strecken usw. verwendeten kleinen Buchstaben von denen des Textes zu unterscheiden, sind diese Grundelemente, wie das damals noch häufig üblich war, *in Punkte eingeschlossen.*

Das nun folgende *Namenverzeichnis* enthält, soweit möglich, Angaben über die Lebensdaten der aufgeführten Persönlichkeiten; bei noch lebenden Autoren sind diese Angaben mit Absicht weggeblieben. Weiterhin gebe ich Hinweise auf die von den einzelnen Verfassern stammenden und hier verwendeten *Schriften.* Vorgesetztes A. bezieht sich auf die *Anmerkungen* der Abhandlung. Die den verwendeten Drucken (*BC*, *CP*, *RS*) entnommenen Texte sind eigens mit Seitenzahl in *Fettdruck* aufgeführt.

Namen- und Schriftenverzeichnis

Vorlagen für die wiedergegebenen Texte