MUTMASSUNGEN ÜBER DAS FRÜHESTE MATHEMATISCHE WISSEN DES NIKOLAUS VON KUES

von Jos. E. Hofmann, Ichenhausen

1. Der Versuch, die mathematischen Schriften des Nikolaus von Kues gerecht zu beurteilen, stößt auf nicht geringe Schwierigkeiten. Dem großen Denker und erfolgreichen Schriftsteller, der auf philosophischem Gebiet so viel Neuartiges von grundsätzlicher Bedeutung zu sagen hat, fehlte ersichtlich die hinreichende mathematische Schulung. Trotzdem enthalten auch die fachlichen Beiträge zum *Mathematischen* - sie beziehen sich freilich in erster Linie auf ein *spezielles* Problem, nämlich auf Fragen der Kreisquadratur – eine Fülle wertvoller Gedanken. Leider sind sie nicht mit der für den Fachmathematiker wünschenswerten Klarheit ausgesprochen, zeugen vielmehr nur von beachtlichem *Ahnungsvermögen*. Deshalb sind sie schon von Zeitgenossen wie REGIOMONTAN und in noch weit stärkerem Maße von Späteren mißverstanden worden. Auf Einzelheiten hinsichtlich der *mathematischen Schriften* selbst einzugehen, soll späteren Darlegungen im Zusammenhang mit der in Vorbereitung befindlichen lateinischen Edition der mathematischen Schriften vorbehalten bleiben[1]. Im nachfolgenden soll nur versucht werden, aufgrund der rein fachlichen mathematischen Hinweise in den beiden frühesten philosophischen Schriften des Nikolaus von Kues, nämlich *De docta ignorantia*[2] und *De coniecturis*[3], größere Klarheit über das zu gewinnen, was Nikolaus damals, also mehrere Jahre vor der eigentlichen Beschäftigung mit einschlägigen Fachfragen, an *mathematischem Einzelwissen* gehabt haben mag.

---

[1] Die Ausdeutung zahlreicher *fachlicher* Ergebnisse findet sich in der deutschen Ausgabe der *Schriften des Nikolaus von Cues*, Heft 11: *Die mathematischen Schriften*, übersetzt von Josepha HOFMANN, Hamburg 1952, und vor allem in den Anmerkungen von J. E. HOFMANN zu den einzelnen Abhandlungen.

[2] Ich stütze mich auf die von E. HOFFMANN und R. KLIBANSKY besorgte Ausgabe in Bd. I der *Opera omnia*, Leipzig 1932. Natürlich habe ich auch die lat.-dtsche Ausgabe von P. WILPERT, Buch I, Hamburg 1964 (=Philosophische Bibliothek 264a) mit ihrem für meine Zwecke sehr wichtigen Begriffsverzeichnis herangezogen. In Zukunft zitiere ich die einschlägigen Stellen mit *Doct. ign.* unter Beifügung des Buches (lat.) und des Kapitels (arabisch); dann folgt nach S. die Seitenzahl und nach Komma die Zeilenangabe, also z.B. I, 20; S. 40, 17–20.

[3] Ich zitiere nach der Ausgabe der *Opera* I, Paris 1514, Nachdruck Frankfurt/M. 1962,

2. Zunächst fällt auf, daß Nikolaus in *De docta ignorantia* den Namen Euklid überhaupt nicht erwähnt, in *De coniecturis* nur ein einziges Mal[4]:

Nam in ipsis animorum conceptionibus atque in cunctis demonstrationibus Euclidis aut quorumcunque unicam hanc causam repperi in varietate figurarum.

Diese Fassung ist deshalb aufschlußreich, weil sie durchfühlen läßt, daß Nikolaus wie die meisten Zeitgenossen vermeint, nur der *Wortlaut der Sätze* gehe auf Euklid zurück; die *Beweise* seien wohl geistiges Eigentum anderer Persönlichkeiten[5]. Diese Ansicht hat bekanntlich dazu geführt, daß man bei der lateinischen Wiedergabe der Euklidischen *Elemente*, die zu Zeiten des Nikolaus vorzugsweise in der Redaktion des Adelhard von Bath[6] und in der erweiterten Revision des Johannes Campanus von Novara[7] umliefen, auf die genaue Wiedergabe der *Beweise* des Originals nur geringen Wert legte.

Über die mathematischen Unterlagen, auf die sich Nikolaus bei *arithmetischen Betrachtungen* im Zusammenhang mit philosophischen Überlegungen gestützt hat, sind wir verhältnismäßig gut unterrichtet. Nikolaus erwähnt des öfteren Boethius als seinen Gewährsmann[8]. Gehen wir jedoch den Wortlauten der

---

und zwar als *De coni.* unter Beifügung des Buches und des Kapitels wie vorhin; dann folgt die Seitenzahl als *fol.* x^r bzw. x^v. Da diese Ausgabe keinen Zeilenzeiger hat, gebe ich ergänzend nur A (Anfang), M (Mitte) bzw. E (Ende) an. Diese Art der Hinweise ist dann bei allen anderen von mir zitierten Werken ohne Zeilenzeiger verwendet. Außerdem hat mir Herr J. Koch in liebenswürdiger Weise die Abschnittnummern (einschließlich des Zeilenzeigers) aus seiner nach den Handschriften gearbeiteten kritischen Ausgabe der *De coni.* zur Verfügung gestellt, die sich bereits im Satz befindet. Durch diese Angaben, für die ich hier meinen herzlichsten Dank ausspreche, konnte ich meine Hinweise ergänzen. Herr Koch hat auch festgestellt, daß die Schrift *De coni.* eine durchgreifende Umgestaltung erfahren hat. Die im Fachlichen zumeist sehr glücklich verbesserte zweite Redaktion ist die Vorlage für den Pariser Druck, dem ich hier folge, – auch dort, wo die kritische Ausgabe abweichende Wortlaute hat.

[4] *De coni.* II, 2;fol. 52^r A = (Nr.) *82*, 5–7.

[5] Als Autor der Beweise wurde damals zumeist Theon von Alexandria angesehen, der jedoch nur für eine neue Redaktion der inzwischen durch häufiges und unachtsames Abschreiben verderbten umlaufenden Texte verantwortlich ist.

[6] Es gibt eine ausführliche Fassung aus dem Arabischen mit zahlreichen variierenden Ergänzungen und Beweisen, bei denen vorzugsweise die Erläuterungen des an-Nairîzî mitverwendet wurden, dann eine verkürzte mit verhältnismäßig wenigen zusätzlichen Erläuterungen und schließlich eine spätere Redaktion von anderer Hand.

[7] In der Bibliothek des St.-Nikolaus-Hospitals in Kues befindet sich eine derartige Abschrift nach Campanus (*Cod.cus.*205, Nr. 15, *fol.* 134^r–188^v), die aus dem 13. bis 14. Jh. stammen dürfte, jedoch keinerlei Figuren enthält. Sie trägt die Überschrift: *Geometria cum commento.* Die Übersetzung des Campanus wurde von dem aus Augsburg gekommenen Drucker E. Ratdolt 1482 zu Venedig erstmals in Druck gegeben. Nach diesem Druck zitiere ich, falls keine Verbindung mit Adelhard vorliegt.

[8] Vgl. etwa die in der kritischen Ausgabe[2] der *Doct. ign.* im Register erwähnten Hinweise

von Nikolaus verwendeten *geometrischen Aussagen* nach, dann geraten wir in peinliche Verlegenheit: *genaue* Übereinstimmung mit einer der üblichen Vorlagen ist nur sehr selten vorhanden. Um sogleich mit einem kennzeichnenden Beispiel zu beginnen: Nikolaus verwendet an der oben angeführten Stelle den Fachausdruck *animorum conceptiones* zur Kennzeichnung der Axiome. In allen damals üblichen Vorlagen steht jedoch *communes animi conceptiones*[9]. Gewiß, es handelt sich nur um eine geringfügige Abweichung, sie lehrt jedoch, daß man aus solcher Art von Hinweisen kaum Sicheres über die leider von Nikolaus zumeist verschwiegenen Vorlagen zu entnehmen vermag.

3. Ich will nun einen Überblick über die wichtigsten Wortlaute geben, die sich in den erwähnten beiden Frühschriften des Nikolaus auf Geometrisches »*in quantum*« beziehen, also in seinem Sinne der Welt des Endlichen und Rationalen angehören. Zunächst wende ich mich dem zu, was Buch I der EUKLIDischen *Elemente* vorangestellt und in abgewandelter Form bei Nikolaus zu finden ist:

a) Natürlich ist schon die erste EUKLIDische Definition[10]:

Punctus est, cuius pars non est –,

nämlich die des Punktes, Gegenstand eingehender Überlegungen. Dazu sagt Nikolaus zum Beispiel[11]:

Unitas igitur infinita est omnium complicatio; hoc quidem dicit unitas, quae unit omnia. ... Ipsa quidem unitas punctus dicitur in respectu quantitatis ipsam unitatem explicantis, quando nihil in quantitate reperitur nisi punctus; sicut undique in linea est punctus, ubicumque ipsam diviseris, ita in superficie et corpore. Nec est plus quam unus punctus, qui non aliud quam ipsa unitas infinita, quoniam ipsa est punctus, qui est terminus, perfectio et totalitas lineae et quantitatis, ipsam complicans; cuius prima explicatio linea est, in qua non reperitur nisi punctus.

---

auf die *De institutione arithmetica libri duo*. Für diese folge ich der Ausgabe von G. FRIEDLEIN, Leipzig 1867, deren ausgezeichnetes Wortregister vortreffliche Dienste leistet. Ergänzend sei darauf hingewiesen, daß sich in der Bibliothek zu Kues eine verkürzte Fassung der *Inst. arithm.* vorfindet, die von Johann de MURIS stammt: *Cod. cus.* 212, Nr. 37, fol. 375^r–382^v. Sie ist erstmals abgedruckt in einem von G. TANNSTETTER 1515 zu Wien herausgegebenen Sammelband und trägt dort den Titel *Arithmetica communis*. Ein Nachdruck des Titels *Arithmetica speculativa* kam 1538 in Mainz zustande. Eine unter Mitverwendung mehrerer noch vorhandener Handschriften von Herrn H. L. L. BUSARD beabsichtigte Ausgabe befindet sich in Vorbereitung.

[9] Diesen Text lesen wir sowohl in der Redaktion des ADELHARD und CAMPANUS wie auch in jener des GERHARD von Cremona und in vielen anderen Übertragungen, ebenso auch in einer verbesserten Redaktion der sog. Übersetzung des BOETHIUS, die wohl erst im 11. Jh. entstanden ist. Hierzu vgl. etwa GERBERTI *Opera mathematica*, ed. N. BUBNOV, Berlin 1899 mit Nachdruck Hildesheim 1963, S. 168, 30–32.

[10] Dies ist der Text bei ADELHARD–CAMPANUS.

[11] *Doct. ign.* II, 3; S. 69, 14–21.

Wie zu erwarten, bewegt sich Nikolaus hier durchaus in der Auffassung der neuplatonischen Tradition. Ich will dazu nur zwei Stellen freilich rein mathematischen Inhaltes anführen, die Ähnliches ausdrücken. Im EUKLID-Kommentar des an-NAÎRÎZÎ[12] lesen wir zum Beispiel:

Dixit Euclides: Punctum est, quod partem non habet. Supra hoc dixit Sambelichius [=SIMPLIKIOS]: *Punctum est principium quantitatum, et unde auguntur, et ipsum solum est, quod non dividitur, habens situm...*

Hieraus wird in der *Geometria speculativa*[13] des Thomas BRADWARDINE[14]:

Punctum vero voco, quod magnitudinis est principium.

Wir kennen außerdem aus PROKLOS[15], dessen Ausführungen auf noch nicht ganz geklärte Weise so stark auf die muslimischen Kommentatoren eingewirkt haben, eine Punktdefinition der Pythagoreer, die bei an-NAÎRÎZÎ den folgenden Wortlaut hat[16]:

Quidam vero alii diffiniunt punctum dicentes: punctum esse unitatem habentem situm, sicut diffiniunt unitatem dicentes: esse punctum non habens situm.

b) Im übrigen sagt Nikolaus in *De coniecturis* deutlich, daß der Punkt nicht Teil einer Linie sein kann[17]:

Si enim elementa puncta quaedam concipimus ob irresolubilitatem in anteriora, facile ducemur, ut infallibili ascensione sciamus non posse ad solidi constitutionem tria sufficere elementa; ac quod post quaternarium combinatio cuiuslibet cum quolibet possibilis non est, scimus ex eo, quod quaelibet sive longa sive brevis fuerit linea, in semper divisibilem lineam secatur atque ad punctum divisionem pertingere non posse, ac propterea non plura in una quam alia lineae puncta potentia contineri. Impossibile igitur erit punctum a linea disiungi, cum nec linea pars sit nec substantiae unitatem contineat, nec eadem poterit ratione linea simplex a superficie seorsum constitui neque etiam superficies a corpore evelli. Horum enim neutrum absque puncti segregatione a linea contingere posset.

---

[12] Ich halte mich hier an die von M. CURTZE besorgte Ausgabe im *Supplementum* zur EUKLID-Ausgabe, Leipzig 1899, dortselbst S. 1, 4–7. Sie bezieht sich auf die Übersetzung des GERHARD von Cremona. Wahrscheinlich hat jedoch Nikolaus, wenn überhaupt eine, dann nicht diese Übersetzung einsehen können, sondern eher die von ADELHARD besorgte, auf die in Fußnote 6 verwiesen ist und die bisher noch nicht ediert wurde.

[13] Ich folge dem Erstdruck ed. P. S. CIRUELO, Paris 1495 unter Angabe der dortigen Blattzählung, habe jedoch der Sicherheit halber auch Handschriften zur Kontrolle des Textes herangezogen. Dieses für unsere Betrachtungen sehr wichtige Werk ist unterteilt in *tractati* (Hinweise in lateinischen Ziffern) und *capitula* (Hinweise in arabischen Ziffern), denen gewöhnlich noch Einzelsätze folgen (*conclusiones*, zitiert mit dem Vorsatz *concl.*).

[14] *Geom. specul.*[13] I, 1; fol. A 2rE.

[15] Der nicht ganz fehlerfrei wiedergegebene, jedoch auch heute noch maßgebliche griechische Text der *In primum Euclidis elementorum librum commentarii* ist herausgegeben von G. FRIEDLEIN, Leipzig 1873, S. 97.

[16] Kommentar d. an-NAÎRÎZÎ[12], S. 4, 8–11.

[17] *De coni.* II, 4; fol. 53rE–53v A = *92*, 4–16. Auf die hier ebenfalls einschlägige längere Passage in *De mente* 9 =*Opera omnia*[2] V, ed. L. BAUR, Leipzig 1937, S. 85–88 soll wenigstens kurz *hingewiesen* werden.

In der etwas älteren Fassung von *De docta ignorantia* steht folgendes[18]:

Linea finita est divisibilis et infinita indivisibilis, quia infinitum non habet partes, in quo maximum coincidit cum minimo. Sed finita linea non est divisibilis in non–lineam, quoniam in magnitudine non devenitur ad minimum, quo minus esse non possit, ut superius est ostensum. Quare finita linea in ratione lineae est indivisibilis; pedalis linea non est minus linea quam cubitalis.

Daß hier eine unendliche Linie als *unteilbar* angesehen wird, ist freilich in der Mathematik »*in quantum*« nicht richtig. Nikolaus denkt jedoch bei seiner Formulierung nicht an eine »im Endlichen greifbare Linie«, sondern an eine, die bereits im mathematisch Unendlichen gelegen ist und daher keine Punkte im Endlichen hat.

In diesem Zusammenhang muß auch die Stelle erwähnt werden, die sich auf Euklids 1. *Petitio* zu Buch I der *Elemente* bezieht[19]:

Inter duo autem puncta lineam cadere manifestum est. Duo igitur puncta linea continuantur in invicem.

Hier ist mit *linea* nicht eine *beliebige*, sondern die *gerade Linie* gemeint. Bei Adelhard-Campanus und im Anschluß hieran bei Bradwardine[20] heißt diese Forderung so:

A quolibet puncto ad quemlibet punctum rectam lineam ducere.

Ob das Wort *continuantur* bei Nikolaus durch ein Schreibversehen zustande gekommen ist – man müßte eigentlich *coniungantur* erwarten – steht nicht sicher fest. Womöglich handelt es sich um einen Gedächtnisfehler, zustande gekommen unter stiller Bezugnahme auf die Euklidische *Petitio* 2, die bei Adelhard-Campanus so lautet:

Atque lineam definitam in continuum rectumque quantumlibet protrahere.

Interessanterweise fehlt diese *Petitio* bei Bradwardine. Übrigens finden wir *linea continua* bei Nikolaus in etwas anderem Zusammenhang nochmals vor:

Eine Strecke *ab* wird um den festgehaltenen Endpunkt *a* so lange gedreht, bis sie in der neuen Lage *ad* in die Verlängerung von *ba* fällt[21]:

... est ex linea ·ab· et ·ad· effecta una continua linea et semicirculus descriptus.

An dieser Stelle spricht Nikolaus auch von der Erzeugung der Kugel durch Drehung des Halbkreises um den abschließenden Durchmesser[22]:

Et si remanente ·bd· diametro immobili circumducatur semicirculus, exoritur sphaera.

Das Vorbild dürfte wohl eine Stelle bei Boethius sein[23]:

Sphaera vero est semicirculi manente diametro circumductio et ad eundem locum reversio, unde prius coeperat ferri.

Etwas ausführlicher stellt Campanus den Sachverhalt so dar[24]:

Super quamlibet lineam semicirculo descripto, si linea illa fixa semicirculus tota revolutione circum-

---

[18] *Doct. ign.* I, 17; S. 33, 3–8. [19] *De coni.* II, 4; fol. 53ᵛ A = *92*, 16–17. [20] *Geom. specul.*[13] I, 2; fol. A 2ᵛ A. [21] *Doct. ign.* I, 13; S. 27, 4–5. [22] *Doct. ign.* I, 13; S. 27, 6–9. [23] *Inst. arithm.*[8] II, 30; S. 122, 1–3. [24] Bemerkung zu Euklid, *Elem.* XI, Definition 14.

ducatur, corpus quod describitur sphaera nominatur, cuius centrum constat esse centrum semicirculi circumducti.

4. Breiten Raum nehmen bei Nikolaus jene Beziehungen ein, die mit *Winkeln* zu tun haben.

a) Eine *genaue Winkeldefinition* finden wir in den beiden erwähnten Frühschriften *nicht* vor. Wir haben Ursache, diesen Mangel sehr zu bedauern; denn die Frage nach dem *Wesen des Winkels* – sie wird später in *De circuli quadratura*[25] mit den Worten

Nam cum angulus sit superficies et linea sit terminus superficiei...

kurz gestreift – könnte vielleicht genaueren Aufschluß über die Vorlage des Nikolaus geben. Die in diesem Text vertretene Auffassung von der flächenhaften Eigenart des Winkels findet sich in der vor dem Auftreten des Nikolaus liegenden und diesem womöglich zugänglichen Literatur nirgends so klar ausgesprochen wie in GERBERTS *Geometrie*[26]:

Angulus est spatium, quod sub duabus lineis se invicem tangentibus continetur.

Nach PROKLOS[27] geht diese Definition auf KARPOS zurück, der um 180 v. Chr. gelebt haben könnte.

Übrigens findet sich in Kues eine kleine anonyme Abhandlung über den Winkel[28], worin zwar die flächenhafte Definition des Winkels nicht ausdrücklich *ausgesprochen*, jedoch unzweifelhaft *gemeint* ist. Hier wird der Winkel gemessen durch seine *latitudo*, das heißt durch den Bogen eines »Einheitskreises«, wie wir heute sagen würden, der den fraglichen Winkel zum Zentriwinkel hat. *Gegen* die flächenhafte Winkeldefinition wendet sich insbesondere Nicole ORESME[29], und zwar mit schlagenden Argumenten. Dessen erst seit kurzem im Druck zugängliche *Quaestiones super Geometriam Euclidis* dürften Nikolaus schwerlich vor Augen gekommen sein.

b) Große Schwierigkeiten bereitet die *Petitio* 4 zu Buch I der EUKLIDischen *Elemente* von der Gleichheit aller rechten Winkel[30]:

Omnes rectos angulos sibi invicem esse aequales.

---

[25] Vgl. die *Math. Schr.*[1], S. 44 E. Der lateinische Wortlaut ist hier im Text angegeben.

[26] *Geometria* IV, 3; *Opera math.* [9], S. 66, 1–2.

[27] *Commentarii*[15], S. 126.

[28] *Cod. cus.* 190, fol. 1^v–3^r, ediert in J. E. HOFMANN: *Zum Winkelstreit der rheinischen Scholastiker in der ersten Hälfte des 11. Jh.*, Abh. d. Preuss. Ak. d. Wiss. Jhrgg. 1942, math.-naturwiss. Kl. Nr. 8, Berlin 1942, S. 14–17.

[29] *Quaestiones super Geometriam Euclidis*, ed. H. L. L. BUSARD, Leiden 1961 = Janus, *Supplémens* 3. Es handelt sich um *quaestio* 20: *Quae res sit angulus*, S. 62–63.

[30] Ich folge dem Text bei ADELHARD-CAMPANUS, der auch bei BRADWARDINE (*Geom. specul.*[13] I, 2; fol. A 2^v M.) steht. Daß dies keine Forderung ist, vielmehr ein beweisbarer

Da nämlich Nikolaus die genaue Gleichheit zwischen Winkeln und überhaupt zwischen allen Größen als nicht feststellbar ansieht, kann in seinem Sinne auch der rechte Winkel nicht genau angegeben werden[31]:

...quia non est dabilis rectus angulus praecise neque duo praecise aequalia neque tria duobus aequalia...

Ausgangspunkt ist wohl die Definition bei EUKLID[32]:

Quando recta linea super rectam lineam steterit duoque anguli ex utraque parte fuerint aequales, uterque rectus erit...

Sie fordert gerade die *Gleichheit* der beiden entstehenden Winkel. Eine der *Ursachen* für die Bedenken des Nikolaus werden wir unten in Abschnitt 11ff. kennenlernen.

Auch hier fühlen wir etwas von der Diskussion um das Wesen des Winkels durch, die bei PROKLOS[33] so eingehend vorgeführt wird und auch in knappem Auszug in den Kommentar des an-NAÎRÎZÎ[34] übergegangen ist. Um was es hier geht, wird erst bei den Auseinandersetzungen Nikolaus' zur Kontingenzwinkelfrage klar werden, die sich später vor allem in der schon erwähnten Schrift *De circuli quadratura*[35] vorfinden.

5. Nun wenden wir uns den Betrachtungen zu, die zunächst in allgemeinem Sinn mit *Dreiecken und Vielecken* zu tun haben.

a) Wir beginnen etwa mit der Definition geradliniger Figuren, wie sie bei EUKLID steht[36]:

Rectilineae figurae sunt, quae rectis lineis continentur, quarum quaedam sunt trilaterae, quae a tribus lineis continentur; quaedam quadrilaterae, quas quatuor continent lineae; quaedam vero sunt multilaterae, quae pluribus quam quatuor continentur lineis.

Eine Bezugnahme hierauf findet sich bei Nikolaus wie folgt[37]:

Omne enim quaternarium punctorum egrediens non primum corpus solidum, sed ex primis compositum esse constat, sicuti quadrangularis superficies quatuor punctis indigens in triangulares resolubilis est, ipsa autem triangularis prima in aliam priorem irreducibilis principium est multiangularium figurarum.

Auf die Bedeutung der anfangs angezogenen dreiseitigen Pyramide als ein-

---

Satz, wird etwa bei PROKLOS[15] im Kommentar zur 4. *Petitio* gesagt und im an-NAÎRÎZÎ-Kommentar[12], S. 32–33 als Bemerkung des SIMPLIKIOS wiederholt. Die Verbindlichkeit dieser Schlußweise hätte Nikolaus niemals zugestanden.

31 *De coni.* II, 2; fol. 51v M = *80*, 14.

32 *Elem.* I, Def. 10; Text des ADELHARD-CAMPANUS.

33 *Commentarii*[15], Erläuterungen zu EUKLID, *Elem.* I, Def. 8.

34 ed. CURTZE[12], S. 11–14.

35 Ich verweise auf die deutsche Fassung in den *Math. Schr.*[1], S. 37–40 und 44–45.

36 *Elem.* I, Def. 19, Text nach ADELHARD-CAMPANUS.

37 *De coni.* II, 4; fol. 53v A = *92*, 25–30.

fachstes Gebilde, aus dem alle ebenflächig begrenzten Körper aufgebaut werden können, will ich im Augenblick nicht weiter eingehen. Für uns ist zunächst das Wort *multiangularis* interessant, das sich auch bei BOETHIUS vorfindet[38], ferner unter Rückbeziehung auf BOETHIUS bei GERBERT[39]. Eine Parallelstelle bei Nikolaus sieht so aus[40]:

Omnis enim figura polygonia pro simplicissimo elemento habet triangularem, et illa est minima figura polygonia, qua minor esse nequit. ... Sicut igitur se habet unum in numeris, ita triangulus in figuris polygoniis. Sicut igitur omnis numerus resolvitur ad unitatem, ita polygoniae ad triangulum. Maximus igitur triangulus, cum quo minimus coincidit, omnes figuras polygonias complectitur; nam sicut unitas maxima se habet ad omnem numerum, ita triangulus maximus ad omnem polygoniam. Quadrangularis autem figura non est minima, ut patet, quia ea minor est triangularis.

Dieser Text ist zunächst deshalb interessant, weil er das Fachwort *polygonia* enthält, das uns wiederum auf BRADWARDINE verweist: dort finden wir es in der Fassung[41]:

Planarum vero figurarum ... alia rectilinea et polygonia, id est multorum angulorum.

Auch die Bezeichnungen *figura triangularis* und *quadrangularis* scheinen nicht von ungefähr zu kommen. Wir könnten auf GERBERT zurückverweisen, wo ausdrücklich von der *figura angulata* gesprochen wird[42]. Wahrscheinlicher ist jedoch die Beziehung zu BRADWARDINE[43].

Rectilinearum [figurarum] quaedam sunt simplices, aliae egredentium angulorum. Simplicium vero alia trium angulorum tantum et vocatur triangulus, alia quatuor et vocatur quadrangulus, alia vero quinque et vocatur pentagonus, et sic in infinitum.

Sollte sich Nikolaus hier in bewußten Gegensatz zur Bezeichnung der Vielecke bei ADELHARD-CAMPANUS aus der Seitenzahl stellen, die sich im Wort *multilaterae* ausdrückt? In der Tat hebt er in der Schrift *De theologicis complementis*, die bald nach *De mathematicis complementis* abgeschlossen wurde, die Namengebung der Vielecke aufgrund der Winkelzahl besonders eindringlich hervor[44]:

Adhuc advertas, quomodo omnis polygonia certo numero angulorum aequaliter a centro distantium terminatur et secundum numerum angulorum propter quem polygonia dicitur, sortitur nomen seu terminum, uti per terminum trigonum nominatur figura polygonia trium angulorum, et per tetragonum figura quatuor angulorum, et ita consequenter.

Hier werden die gräzisierenden Fachausdrücke *trigonus* und *tetragonus* vorgezogen, die sowohl bei BOETHIUS wie bei GERBERT in häufigem Wechsel mit *triangulus* und *quadrangulus* auftreten.

b) Daß die *dreiseitige Pyramide*, vorhin als Körper aus vier Punkten erklärt, das

---

[38] *Inst. arithm.*[8], II, 23; S. 109, 12; II, 24; S. 110, 21 und 111, 6; II, 25; S. 111, 12.

[39] *Geometria* V, 1 = *Opera*[9], S. 71, 15. Eine weitere Erwähnung ebenda auf S. 349, 8 stammt aus der Geometrie eines unbekannten Autors.

[40] *Doct. ign.* I, 20; S. 40, 17–19 u. 20–26.

[41] *Geom. specul.*[13] I, 1; fol. A 2r E.

Grundelement bei der Erzeugung ebenflächig begrenzter Körper ist, wird bei BOETHIUS erwähnt[45]:

Videtur autem, quemadmodum in planis figuris triangulus numerus primus est, sic in solidis, qui vocatur pyramis, profunditatis esse principium.

An dieser Stelle wird auch auf das Dreieck als das Grundelement bei der Erzeugung geradliniger Figuren hingewiesen, dem BOETHIUS kurz zuvor ein ganzes Kapitel mit der Überschrift gewidmet hatte[46]:

De planis rectilineis figuris, quodque earum triangulum principium sit.

Es wurde zur Vorlage für GERBERT[47]. BRADWARDINE hingegen äußert sich nur knapp[48]:

... concluditur triangulum esse primam rectilinearum figurarum.

c) In Fortsetzung der Betrachtungen über den Aufbau von Vielecken aus Dreiecken sagt Nikolaus[49], pro *latitudine rectilineali* sei *triangulus* das Maximum. Auch in dieser Wortbildung lehnt er sich an BOETHIUS an[50]:

Adeo haec figura [scil. triangulus] princeps est latitudinis, ut caeterae omnes superficies in hanc resolvantur.

Dessen Ausführungen werden von GERBERT variierend übernommen[51]:

Triangulus, ut in arithmeticis satis a Boetio declaratum est, ideo planarum principium existit figurarum, quia tres primum rectae lineae superficiem seu latitudinem aliquam possunt includere.

6. Aus dem EUKLIDischen Satzgefüge über die *Geometrie der Dreiecke* finden wir bei Nikolaus nur verhältnismäßig weniges vor.

a) Satz I, 19 der *Elemente* erscheint bei ihm in der Fassung[52]:

... cum angulus maiori lateri oppositus sit maior...

Vorlage dürfte der Text bei ADELHARD-CAMPANUS gewesen sein:

Omnis trianguli maior angulus longiori lateri est oppositus.

Satz I, 20 erscheint bei Nikolaus als Beispiel für die rein rationale Betrachtungsweise in der Mathematik[53]:

---

[42] *Geom.* IV, 2=*Opera*[9], S. 64, 14 und 65, 4, ferner IV,3, S. 17.

[43] *Geom. specul.*[13] I, 1; fol. A 2r E–A 2v A. Der Druck hat versehentlich *quadratum* statt *quadrangularis*.

[44] *Compl. theol.* 5=*Opera*[3] II, 2. Zählung, fol. 94v E–95r A. Im Druck ist das *omnis* vor *polygonia* in der ersten Zeile des Textes versehentlich weggeblieben.

[45] *Inst. arithm.*[8] II, 21; S. 104, 25 – 105, 2. Die Kapitelüberschrift heißt: *De pyramide, quod ea sit solidarum figurarum principium sicut triangulus planarum.*

[46] *Inst. arithm.*[8] II, 6; S. 90, 18–19. Die anschließenden Einzelausführungen erstrecken sich bis S. 92; vgl. ferner S. 104, 11–13.

[47] *Geom.* V, 1=*Opera*[9], S. 71–72 mit eingehenden Darlegungen erheblichen Umfanges.

[48] *Geom. specul.*[13] I, 2; fol. A 2v M. [49] *Doct. ign.* I, 20; S. 41, 10–11. [50] *Inst. arithm.*[8] II, 6; S. 92, 6–7. [51] *Geom.* V, 1=*Opera*[9], S. 71, 5–7. [52] *Doct. ign.* I, 19; S. 37, 20.

[53] *De coni.* II, 2; fol. 51v E = *81*, 4–8 u. 52r A = *82*, 7.

Quapropter considera, quod omnium rationalium artium ratio sola seipsa causa est, et omnium radicalem causam, quae per eam attinguntur, hanc solam esse conspicis. Si igitur a te quaeratur, cur omnium triangulorum duo latera simul iuncta tertio sunt maiora ..., beziehungsweise
Quis non videt, si duo latera trianguli simul iuncta possent esse tertio aequalia...

Wir finden auch die interessante negative Wendung[54]:

... *quoniam omnia duo latera cuiuslibet trianguli simul iuncta tertio minora esse non possunt...*

Auf eine weitere hierher gehörende Stelle werden wir in Abschnitt 14 eingehen.

Alle diese Fassungen legen eine Beziehung zum Text von ADELHARD-CAMPANUS nahe:

Omnis trianguli duo quaelibet latera simul iuncta reliquo sunt longiora.

Merkwürdigerweise fehlt der Satz bei BRADWARDINE.

b) Eine Überraschung erleben wir, wenn wir den etwas ausführlicheren Text bei Nikolaus studieren, der mit *Elem.* Satz I, 21 zusammenhängt. Um nachzuweisen, daß das Dreieck in der *visio intellectualis* im Unendlichen als *linea* aufgefaßt werden kann, schreibt Nikolaus[55]:

Pariformiter videre poteris triangulum lineam esse, quoniam, cum omnia duo latera trianguli quanti sint simul iuncta tanto tertio longiora, quanto angulus, quem faciunt, est duobus rectis minor, ut angulus ·bac·, quia duobus rectis multo est minor, hinc lineae ·ba· et ·ac· simul iunctae multo longiores ·bc. Igitur quanto angulus ille maior fuerit, ut ·bdc·, tanto minus vincunt lineae ·bd· et ·dc· lineam ·bc·, et superficies minor. ...

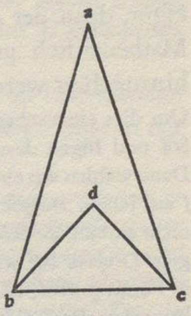

Abb. 1

Die Vorlage nach ADELHARD-CAMPANUS sieht so aus:

Si a duobus punctis terminalibus unius lateris trianguli duae lineae exeuntes intra triangulum ipsum ad punctum unum conveniant, eaedem duabus reliquis quidem trianguli lineis breviores erunt et maiorem angulum continebunt.

Um die Situation zu kennzeichnen, füge ich hier den Beweis von ADELHARD-CAMPANUS an[56]:

---

[54] *Doct. ign.* I, 14; S. 27, 26–27. [55] *Doct. ign.* I, 14; S. 28, 23–31.

[56] Als Vorlage für ADELHARD steht mir die Handschrift aus der Pariser *Bibl. Nat., fds. lat.* 7215 zur Verfügung (fol. 9^vA), die ich mit der Fassung nach CAMPANUS in *Cod. cus.* 205^7, fol. 135^v A verglichen habe. In beiden Fällen fehlt die Figur, die jedoch nach dem Text eindeutig ergänzt werden kann. Abgesehen von einem Zeilensprung im *Cod. Paris.* und unwesentlichen Wortverstellungen usw. herrscht völlige Übereinstimmung zwischen den beiden Texten, übrigens auch an vielen anderen Stellen. Dies zeigt uns, daß wir die CAMPANUS-Übersetzung wirklich nur als eine neue Redaktion der ADELHARD-Übersetzung anzusehen haben – allerdings als eine mit vielen wertvollen Zusätzen und Ergänzungen.

Sit ut in triangulo ·abc· ab extremitatibus lateris ·bc· concurrant duae lineae ·bd· et ·cd· ad punctum ·d· intra triangulum ·abc. Dico quod ipsae simul iunctae sunt breviores duabus lineis ·ab· et ·ac· simul iunctis, et quod angulus ·d· maior est angulo ·a.
Et protraham ·bd· usque quo secat ·ac· in puncto ·e·, eruntque per 20 ·ba· et ·ae· simul iunctae maiores ·be· Ergo ·ba· et ·ac· sunt maiores ·be· et ·ec. Ac vero ·de· et ·ec· simul iunctae per eandem sunt maiores ·dc· Quare ·be· et ·ec· sunt maiores ·bd· et ·dc. Et quia ·ba· et ·ac· sunt maiores ·be· et ·ec·, ut probatum est prius, erunt multo fortius maiores ·bd· et ·dc·, quod est primum propositum.
At quoniam angulus ·bdc· est maior angulo ·dec· per 16[57]*, et angulus ·dec· maior angulo ·eab. Per eandem erit angulus ·bdc· multo fortius maior angulo ·eab·, quod est secundum propositum.*

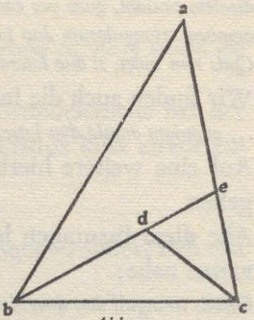

Abb. 2

Wir erkennen hieraus das Schema dieser Art von Übersetzungen, dem sich Nikolaus später auch in seinen eigenen mathematischen Schriften anschließen wird: Auf den Wortlaut des Satzes ohne Figuren und Punktbezeichnungen folgt die erneute Wiedergabe unter Bezugnahme auf eine kennzeichnende Figur, dann der eigentliche Beweis. – Nun zurück zum Text des Nikolaus. Mathematisch gesehen, ist die gemachte Aussage *unvollständig*; es müßte hinzugefügt werden, daß sich *d nicht außerhalb* des Dreiecks *abc* befinden darf.

Um dies einzusehen, beginnen wir etwa in Abb. 3 mit dem gleichschenkligen Dreieck *bcd* und fügen dessen Umkreis hinzu. Dann wählen wir einen beliebigen Punkt *f* auf jenem Bogen *bd* des Kreises, der *c* nicht enthält, ziehen *bf* und *fd* und spiegeln Dreieck *bdf* an *df*. – Dabei geht *b* in Punkt *g* über, der sich auf der verlängerten *cf* befindet. Jetzt ist nach Konstruktion $bf + fc = gf + fc < gd + dc = bd + dc$.

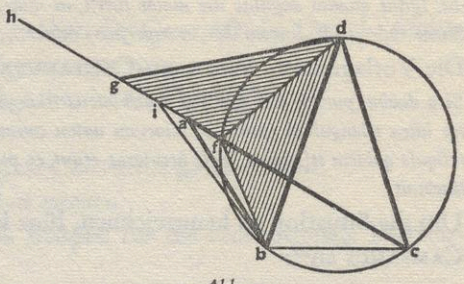

Abb. 3

Dann tragen wir auf der hinreichend verlängerten *cf* die Strecke $ch = bd + dc$ ab und schneiden das Mittellot zu *bh* mit *hc* in *i*. Jetzt ist $bi = ih$, also

$$bi + ic = hi + ic = bd + dc,$$

und zwar liegt *i* stets *außerhalb* des Umkreises.

Nun wählen wir irgendeinen Punkt *a* innerhalb der Strecke *if*. Dann ist $\sphericalangle bac < \sphericalangle bdc$ (Folge des Satzes vom Umfangswinkel), ferner

$$ba + ac < bi + ic = bd + dc.$$

Damit ist die Behauptung des Nikolaus widerlegt.

Nikolaus hätte vermutlich zu seiner Verteidigung vorgebracht, stillschweigend habe er sich auf *gleichschenklige* Dreiecke über der nämlichen Grundlinie

---

[57] Der bei Nikolaus in den beiden Frühschriften noch nicht verwendete Satz *Elem.* I, 16 lautet bei ADELHARD-CAMPANUS so: *Si quodlibet laterum trianguli directe protrahatur, faciet angulum extrinsecum utroque angulo trianguli intrinseco sibi opposito maiorem.*

bezogen, und seine Aussage bedürfe in diesem Fall keines logisch strengen Beweises, gehe vielmehr unmittelbar aus der *Anschauung* hervor.

7. In *Elem.* I, 32 erscheint zunächst der Satz vom *Außenwinkel*, dann als Folgerung der Satz von der *Winkelsumme im Dreieck*[58]:

Omnis trianguli angulus extrinsecus duobus intrinsecis sibi oppositis est aequalis. Omnes autem tres angulos eius duobus angulis rectis aequos esse necesse est.

Bei BRADWARDINE sind die beiden Aussagen auf zwei einander folgende *conclusiones* verteilt; der Satz von der Winkelsumme lautet nun so[59]:

Omnis triangulus habet tres angulos aequales duobus rectis.

Von dort, so scheint es, hat Nikolaus den Satz von der Winkelsumme übernommen. Er erwähnt ihn als Beispiel für das rationale Vorgehen in der Mathematik in *De coniecturis*[60]:

Attente incumbens praemissis foecundas habet coniecturas. Nam quando in explicatione rationalium adinventionum solum causam rationem invenit, dilatabit vires multiplicitatis eius in varia alteritate unitatis eius. Cum enim ratione apprehendis omnem triangulum habere tres angulos aequales duobus rectis, et causam apprehensionis non aliam quam rationem ipsam conspicis, ad profunditatem rationis viam habes.

Wir finden den Satz wieder in *De docta ignorantia*, und zwar als interessanten Ausgangspunkt für den Übergang von einer Figur *in quantum* zu einer in der *visio intellectualis*[61]:

Adhuc poteris te iuvare ad huius intelligentiam per ascensionem a triangulo quanto ad non-quantum. Nam omnem triangulum quantum habere tres angulos aequales duobus rectis manifestum est; et ita, quanto unus angulus est maior, tanto alii minores. Et licet angulus unusquisque possit augeri usque ad duos rectos exclusive et non maxime secundum principium primum nostrum: admittamus tamen, quod maxime augeatur usque ad duos rectos inclusive, triangulo permanente. Tunc est manifestum triangulum unum angulum habere, qui est tres, et tres esse unum.

---

[58] Text nach ADELHARD-CAMPANUS.

[59] *Geom. specul.*[13] I, 4; *concl.* 5; fol. A 3ᵛ M. An diesen Satz schließt BRADWARDINE die Bestimmung der Winkelsumme konvexer Vielecke (*concl.* 6; fol. A 3ᵛE), die Erfüllung der Ebene durch gleichseitige Dreiecke, Quadrate und regelmäßige Sechsecke (*concl.* 7; fol. A 4ʳ A M) und das interessante 5. Kapitel über die Winkelsumme an regelmäßigen Figuren mit einspringenden Winkeln an (fol. A 4ʳ M E–A 4ᵛ E). Dies ist eine seiner schönsten Einzelentdeckungen, entstanden in Weiterführung dessen, was CAMPANUS in einem Zusatz zu I, 32 über das Sternfünfeck ausgeführt hatte. In diesem Zusatz bedient sich CAMPANUS auch unvermittelt der Bezeichnung *figura polygonia*, die dann von BRADWARDINE – vgl. die Textstelle bei Fußnote 41 – übernommen und unter die ersten Definitionen eingereiht wurde.

[60] *De coni.* II, 2; fol. 51ᵛ A = *80*, 3–9.

[61] *Doct. ign.* I, 14; S. 28, 13–22.

Unter den Anspielungen auf *Elem.* I, 32 in den späteren nichtmathematischen Schriften ist eine Stelle aus *De venatione sapientiae* von Interesse[62]:

Deinde angulus extrinsecus ... aequatur duobus intrinsecis sibi oppositis ... Et quia omnis triangulus habet tres angulos aequales duobus rectis...

Es ist ein wenig erstaunlich, daß hier die beiden Teilsätze unverbunden nebeneinander gestellt sind, obwohl doch der zweite die logische Folge des ersten ist.

8. Der sog. *Pythagoreische Lehrsatz* ist Gegenstand von *Elem.* I, 46 der älteren Zählung nach der Redaktion der Muslime. Er lautet nach ADELHARD-CAMPANUS so:

In omni triangulo rectangulo quadratum, quod a latere opposito recto angulo in semet ipsum ducto describitur, aequum est duobus quadratis, quae ex duobus reliquis lateribus conscribuntur.

Anschließend wird dann der allgemein bekannte Beweis mit den drei Quadraten gegeben, die am rechtwinkligen Dreieck nach außen konstruiert sind. BRADWARDINE hat den folgenden Text[63]:

Quadratum, quod a latere trianguli recti eius recto angulo opposito describitur, in se ducto, aequum est duobus reliquis quadratis, qui ex duobus reliquis lateribus conscribuntur. Ex quo sequitur, quod quadratum diametri ad quadratum costae est duplum.

Er fährt dann fort:

Istam conclusionem ostendo de lateribus quadrati et diametri, quae faciunt isochelem, quia ad hoc tendit specialiter.

Den Beweis an Hand der Abb. 4 übergehe ich als für uns selbstverständlich; ich mache nur noch auf den Schlußsatz aufmerksam:

Ergo quadratum magni lateris ·ab· aequale est duobus quadratis residuorum laterum, ut dicit prima pars theorematis. Et per consequens idem quadratum est duplum ad quadratum alterius lateris, ad quod se habet sicut diameter ad costam, et ita quadratum diametri est duplum ad quadratuu costae, ut dicit correlarium.

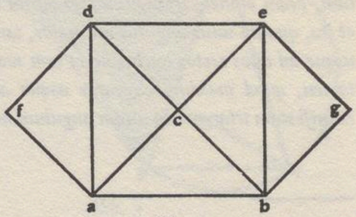

Abb. 4

Auch Nikolaus erwähnt den Satz, und zwar unter den Beispielen für die Anwendung der rationalen Schlußweise[64]:

Si igitur a te quaeratur, ... cur quadratum diametri quadrati est duplum ad quadratum costae aut cur quadratum lateris oppositi angulo recto est aequale duobus quadratis aliorum laterum, et ita de

---

[62] *Ven. sap.* 26. Ich zitiere nach der lat.-dtsch. Ausgabe, besorgt von P. WILPERT (=Philos. Bibl. 263), Hamburg 1964, S. 116 M = *76*.

[63] *Geom. specul.*[13] II, 3; *concl.* 4, fol. B 1^r M. Die Handschriften haben statt *Ex quo sequitur* sinngemäß das nämliche, nämlich *Ex quo manifestum est.* Interessanterweise gibt BRADWARDINE keinen allgemeinen Beweis, vielmehr nur den angedeuteten speziellen.

[64] *De coni.* II, 2; fol. 51^v E = *81*, 8–12. Vgl. hierzu die Textstelle bei Fußnote [53].

omnibus, respondebis hoc propterea rationis via esse necessarium, quia si non, sequeretur coincidentia contradictionis.

Dieser Text scheint eher eine Bezugnahme auf BRADWARDINE denn auf CAMPANUS durchfühlen zu lassen.

9. Nun wenden wir uns zu den zahlreichen Bemerkungen bei Nikolaus über den *Kreis* und alles, was hiermit in Zusammenhang gebracht werden kann.

a) Die *Definition des Kreises* erscheint als Beispiel für ein *ens rationis*[65]:

Circulus enim ut ens rationis est in sua propria rationali entitate uti est attingitur. Dum enim conspicis figuram, a cuius centro ad circumferentiam omnes lineae sunt aequales, in hac quidem ratione circulum uti ens rationis attingis.

Bei ADELHARD-CAMPANUS lesen wir die Definition als die 15. zu Buch I der *Elemente*:

Circulus est figura plana una linea contenta, quae circumferentia vocatur. In cuius medio punctus, a quo omnes lineae ad circumferentiam exeuntes sibi invicem sunt aequales. Et hic quidem punctus centrum circuli dicitur.

Einen ähnlichen Text hat auch BRADWARDINE[66].

Im übrigen sieht Nikolaus diese aus der Welt des Rationalen stammende Definition des Kreises im Sinne der metaphysischen Betrachtungsweise als unzureichend an[67]:

Unde sicut veritas intellectualis per rationem in sua praecisione est inattingibilis, ita veritas rationis est sensibiliter incontrahibilis; semper enim defectum in alteritate esse necesse est. Unitas enim non aliter in alteritate quam cum casu a praecisione et aequalitate reperibilis est; aliter enim non esset alteritas, si esset praecisa aequalitas. Quapropter nec ratio circuli est verus circulus intellectualis. Non enim ab eo circulus intellectualiter verus iudicatur, quia a centro eius ad circumferentiam lineae sunt aequales, sed haec rationalis diffinitio intellectualis circuli est ad verum se habens circulum ut signum ad signatum et alteritas ad suam unitatem aut compositum ad simplex seu explicatio ad complicationem aut contractum ad absolutum...

b) Der vielleicht früheste Hinweis bei Nikolaus auf Fragen, die den Kreis betreffen, findet sich in der Schrift *De correctione Kalendarii*[68]:

.. et ita dicunt motum superiorem per humanum ingenium comprehensibilem sicut circulus per idem ingenium est quadribilis et angulus acutus contingentiae attingibilis per rectilinealem.

---

[65] *De coni.* I, 13; fol. 47^v E = *59*, 7–11; entsprechend in etwas anderem Zusammenhang in II, 16; fol. 63^r M = *59*, 7–11.

[66] *Geom. specul.*[13] I, 1; fol. A 2^r E.

[67] *De coni.* II, 16; fol. 63^r M = *168*, 7–18.

[68] Lat.-dtsch. Ausgabe von V. STEGEMANN - B. BISCHOFF unter dem Titel: *Die Kalenderverbesserung*, Heidelberg 1955, S. 18, 18–21. – Statt *quadribilis* sollte natürlich *quadrabilis* stehen, wie auch in der *Parisina*[3] II, 2. Zählung, fol. 23^r E. Die deutsche Übersetzung schließt mit »und ein spitzer Kontingenzwinkel identisch sein kann mit einem gestreckten Winkel«. Hier sollte jedoch *attingibilis* durch »erfaßbar« wiedergegeben sein, und statt »mit einem gestreckten Winkel« wäre »mit einem geradlinigen Winkel« zu übersetzen.

Mit jenen, die den Kreis als quadrierbar ansehen, meint Nikolaus vermutlich alle, die Brysons Verfahren für zulässig halten. Es gibt mehrere Stellen bei Aristoteles, worin auf dessen Vorgehen hingewiesen wird[69]. Es ist wohl nötig, die wichtigste dieser Stellen zusammen mit dem sehr aufschlußreichen Kommentar des Johannes Philoponos *in extenso* wiederzugeben. Ich beginne mit dem Text nach Aristoteles[70]:

Quoniam autem manifestum est, quod unumquodque demonstrare non licet nisi ex unoquoque principiorum, si id, quod demonstratur, insit qua illud, non licet scire hoc quidem, si ex veris et indemonstrabilibus monstretur et immediatis. Est enim sic monstrare sicut Bryson tetragonismum Secundum commune enim demonstrant rationes huiusmodi, quod etiam alteri inest, unde et in aliis conveniunt hae rationes non proximis. Non itaque secundum quod illud est, scit, sed secundum accidens. Non enim convenit demonstratio et in alio genere.

Dazu gibt Philoponos die folgenden Erläuterungen[71]:

Quoniam sic, inquit, etiam Brysonis tetragonismum monstrare possibile est ex quibusdam communioribus, non autem propriis principii propositi. Aristoteles quidem de circuli quadratura facta a Brysone tantum dicit, quantum exempli usus postulabat. Alexander autem dicit, Brysonem conatum fuisse quadrare circulum hoc modo: Qualibet, inquit, inscripta circulo figura rectilinea maior est circulus, circumscripta autem minor. Inscribi autem dicitur circulo rectilineum, quando quilibet angulus inscriptae figurae tangit circumferentiam circuli; circumscribi autem, quando quodlibet latus circumscriptae figurae tangit circumferentiam[72]. *Quoniam igitur, inquit Bryson, circumscriptum circa circulum ·abcd· quadratum ·efgh· maius est circulo ·abcd·, inscriptum autem quadratum ·iklm· minus est circulo ·abcd·, intermedium igitur maioris quadrati ·efgh· et minoris ·iklm· descriptum quadratum velut ·nopq· aequale erit circulo ·abcd. Ad intermedium igitur maioris et minoris quadratum aequale esse circulo, verum est; in quo autem loco signorum intermediorum aequale cadat quadratum, non demonstravit. Sit enim verbi gratia circulus duodecim talium ut maius quadratum sedecim, minus vero octo, non igitur simpliciter, quod inter maius et minus erat quadratum, fuerit aequale circulo, qui talium duodecim est, sed quod in aequalibus intervallis, siquidem novem, decem, undecim et tredecim et reliqua erunt inter octo et sedecim, sed non sunt aequalia duodecim. Oportebat igitur et illud proprium geometricae scientiae reddere, ad quod punctum eorum, quae inter illa sunt, cadit aequale quadratum, et non ita universaliter enuntiare, quod intermedium aequale est.*

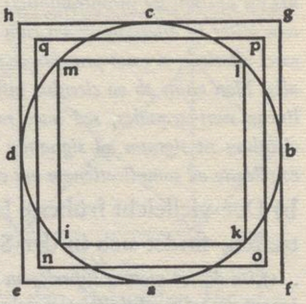

Abb. 5

Die in der Vorlage fehlende Figur habe ich der Deutlichkeit halber ergänzt. Der Hinweis auf Alexander von Aphrodisias bezieht sich auf dessen Erläute-

---

[69] Es sind dies *An. Post.* I, 9; 75^{b}37–76^{a}3; *Soph. Elench.* 11, 171^{b}12–18 und 171^{b}34–172^{a}7.

[70] Ich folge dem Text in *Johannis Grammatici Philoponi in Aristotelis posteriora analytica commentarii*, Paris 1543, fol. 26^r, Text des *Cap.* 26 von *lib.* I.

[71] Philoponus[70], *Comm.* 39, fol. 26^v.

[72] Dies sind die Definitionen 3 und 4 zu Buch IV der *Elemente* Euklids.

rungen zu ARISTOTELES, *De sophisticis elenchis*. Der dortige Text nach ARISTOTELES heißt so[73]:

Sed ut Bryson quadravit circulum, nam etsi quadretur circulus, quia tamen non secundum rem, ideo sophisticus.

Dazu macht ALEXANDER folgende erläuternde Bemerkung[74]:

Sed Brysonis quadratio circuli ligitiosa et sophistica est, quia non ex propriis principiis geometriae, sed ex quibusdam communioribus. Nam describere extra circulum quadratum et intus alterum et inter duo quadrata alterum quadratum et deinde dicere, quod inter duo quadrata circulus, et similiter, quod est in medio duorum quadratorum quadratum minor est eo, qui est extrinsecus quadrato et maior interiore, sed quae sunt eiusdem maiora et minora, aequalia sunt, ex quibusdam communibus et falsis est. Communibus, inquam, quod etiam in numeris et temporibus atque locis et aliis communibus congrueret ratio; ex falsis vero, quia octo et novem sunt decem minores et maiores, et tamen non sunt aequales.

c) Die genaue Entwicklungslinie von hier bis Nikolaus kennen wir nicht, haben jedoch weitere wichtige Hinweise, die uns einigen Aufschluß geben können. Da wäre zunächst der Kommentar des AVERROES zu den *Analytica posteriora* I,8 zu nennen[75]:

Dixit Aristoteles ... Quoniam quemadmodum studuit Bryso quadrare circulum et posuit propositionem universalem in demonstratione sua super hoc communicantem, fiet de rebus multis non appropriatis et proportionatis naturae alteri, et propterea non erit ostensio sua per demonstrationem nisi non demonstrativa...

Dazu gehört *Comment.* 67:

... Propositio autem, qua usus est Bryso, est propositio dicens, quod ea, quae sunt maiora uno in dispositione ipsius et minora uno, sunt aequalia... Sed haec propositio est amplior quam ut eam faciant geometrae, et est etiam non vera, quoniam non est appropriata magnitudinibus, et maius et minus in magnitudinibus sphaericis et rectis non dicuntur secundum dispositionem unam, hoc est, quoniam non dicitur, quod circulus est maior superficie, immo non est proportionabilitas secundum veritatem inter lineam rectam et circularem...

Weiterhin kommt die mittelalterliche Übersetzung einer Paraphrase des THEMISTIOS zu den *Analytica posteriora* in Frage[76]:

Et propter id non convenit alicui, ut aestimet, quod quadratura, qua Brisso quadrat circulum, sit demonstratio geometrica. Quod est, quia utitur in ea propositione, cuius receptio est necessaria, et quamvis ipsa sit certa, vera, verumtamen communis. Et est, quia dicit, quod res, quae sunt maiores et minores unis et eisdem rebus, ... sunt aequales ad invicem. Haec enim propositio non verificatur

---

[73] *Annotationes Alexandri Aphrodisienis maximi Peripathetici in librum elenchorum... Aristotelis...*, Paris 1542. Die Übersetzung stammt von Gulielmus DOROTHEUS aus Venedig. Der Text findet sich auf fol. 22r, linke Spalte.

[74] ALEXANDER v. Aphrodisias[73], fol. 22r rechts.

[75] *Aristotelis Stagiritae omnia quae extant cum commentariis Averrois Cordubensis*, Venedig 1550–1552 *aput Juntas*, fol. 149.

[76] ed. J. R. O'DONNEL, in Mediaeval Studies **20**, 265 (1958), auch wiedergegeben in M. CLAGETT: *Archimedes in the Middle Ages I: The Arabo-Latin Tradition*, Madison 1964, S. 428.

in magnitudine tantum, sed verificatur et in numero et in tempore et in rebus aliis multis. Et iste sermo, quem addidit Brisso ad hoc et putavit, quod iam quadravit circulum, non est ex eis, quod sit necessarium in hoc nostro sermone... Inquit Brisso: circulus est maior omnibus figuris polygoniis, quae describuntur intra ipsum, et minor omnibus figuris multorum angulorum, quae describuntur super ipsum deforis. Et similiter est dispositio figurae multorum angulorum descriptae in eo, quod est inter figuras descriptas intra circulum et super ipsum deforis. Necesse est ergo, ut sit circulus et haec figura polygonia maior rebus unis et eisdem et minor rebus unis et eisdem. Oportet ergo inde, ut sint haec duo aequalia propter propositionem susceptam, quae dicta est.

In ähnlichem Sinne äußert sich auch THOMAS von Aquino[77]:

»Est enim sic demonstrare etc.« probat propositum, scilicet quod non sufficiat ex veris et immediatis aliquid demonstrare, quia sic contingeret aliquid demonstrare, sicut Bryso demonstravit tetragonismum, id est quadraturam circuli, ostendens, aliquod quadratum esse circulo aequale per aliqua principia communia hoc modo: In quocunque genere est invenire aliquod maius et minus alicui, in eodem est invenire et illi aequale. In genere autem quadratorum est invenire aliquod quadratum minus circulo, quod scilicet scribitur intra circulum, et aliquo maius circulo, intra quod circulus describitur; ergo est invenire aliquod quadratum circulo aequale. Haec quidem probatio est secundum commune: aequale enim et maius et minus excedunt genus quadranguli et circuli. Unde patet, quod huiusmodi rationes demonstrant secundum aliquod commune, quia medium alteri inest, quam ei, de quo fit demonstratio; et ideo huiusmodi rationes conveniunt aliis et non conveniunt istis, de quibus dantur.

10. Diese Texte bestätigen wohl die Auffassung von Th. L. HEATH[78] und O. BECKER[79], daß es sich bei BRYSON vermutlich um einen *Existenzsatz* von folgender Art gehandelt habe:

Wenn es ein kleineres dem Kreis einbeschriebenes und ein größeres dem Kreis umbeschriebenes Quadrat gibt, dann auch ein Quadrat, dessen Fläche jener des Kreises gleich ist.

Das Mittelalter hat dieses Stetigkeitsprinzip, das auf den sog. *Zwischenwertsatz* hinauskommt, nur für »gleichartige Größen« anerkannt. Was aber »gleichartig« ist, darüber herrschte Uneinigkeit. Krummliniges und Geradliniges jedenfalls galten damals *nicht* als gleichartig. Darüber belehren uns Stellen aus

---

[77] *Opera omnia* Bd. I: *In libros posteriorum analyticorum*, Rom 1882, S. 302, Nr. 23, *Lect.* 17. Der Text ist auch wiedergegeben in CLAGETT[76], S. 429.

[78] *A history of Greek mathematics* I, Oxford 1921, S. 49. Vgl. ferner das nachgelassene Werk: *Mathematics in Aristotle*, Oxford 1949, S. 47–50. Dort werden die wichtigsten einschlägigen Stellen nach den griechischen Originalen in englischer Übersetzung wiedergegeben.

[79] *Eudoxos-Studien* II, in Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik.... B: Studien 2, 369–387 (1933). Vgl. ferner *Das mathematische Denken der Antike*, Göttingen 1957, S. 93–94 und *Die Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung*, Freiburg - München 1954, S. 43–46, ²1964 mit ausführlicher deutscher Übersetzung der einschlägigen Stellen von ALEXANDER, THEMISTIOS und PHILOPONOS aus den griechischen Originalen.

dem Kommentar des AVERROES zu ARISTOTELES[80]: Aus dem Kommentar 67 zu den *Analytica posteriora* I erwähne ich:

Non est proportionabilitas secundum veritatem inter lineam rectam et circularem.

Der Kommentar 29 zu den *Physica* VII sagt:

Et intendebat per hoc, quod impossibile est de quantitatibus esse aequales nisi rectas tantum aut circulares tantum; scilicet quae sunt eiusdem speciei, cum istae sibi superponantur; et ideo dicimus, quod quantitates curvae non aequabuntur nisi sint eiusdem circuli.

Im Kommentar 10 zu den *Metaphysica* X lesen wir:

Linea enim arcualis non potest aequari lineae rectae neque non recta non rectae.

11. Nun kehren wir zurück zu der oben[81] erwähnten Stelle aus der Schrift *De correctione Kalendarii*. Dort erscheint das Wort *angulus contingentiae*, das wir bei BRADWARDINE kurz und bündig erklärt finden[82]:

Angulus contingentiae dicitur, quem linea circulum contingens constituit.

Der Begriff des Kontingenzwinkels erscheint in EUKLID, *Elemente* III, 15 (nach der Zählweise der Muslime) bei Erklärung der Tangente in einem Punkt an einen Kreis[83]:

Si ab alterutro terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea ducatur, extra circulum eam cadere necesse est, atque inter illam et circulum aliam capi lineam impossibile est. Angulum autem ab illa et circumferentia contentum omnium angulorum acutorum esse acutissimum, angulum vero intrinsecum a diametro et circumferentia contentum omnium acutorum angulorum amplissimum esse necesse est.

Der hier gegebene Text des zweiten Teiles wird bei BRADWARDINE verkürzt zu[84]:

Angulus contingentiae est omni angulo rectilineo minor.

Das *Wort* Kontingenzwinkel wurde von CAMPANUS geprägt, und zwar in einer wichtigen Ergänzung zu III, 15, die sich bei ADELHARD noch nicht vorfindet[85]:

Propter quod patet, quod angulus contentus ab ·ea· [=Tangente] *et circumferentia, qui dicitur angulus contingentiae, est minor omni angulo a duabus rectis lineis contento.*

Dann fährt CAMPANUS fort[86]:

---

[80] J. E. HOFMANN: *Die Quellen der Cusanischen Mathematik I: Ramon Lulls Kreisquadratur.* Sitzungsbericht d. Heidelberger Akademie d. Wiss., philos.-hist. Klasse, Jhrgg. 1941/42, 4. Abh., Heidelberg 1942, S. 6, Fußnote 16. Über das Weiterwirken dieser Auffassung bis in die Mitte des 17. Jh. vgl. ebd. S. 16–18.

[81] Text bei Fußnote 68. [82] *Geom. specul.*[13] II, 4; fol. B 1^v M.

[83] Ich gebe den Text nach ADELHARD-CAMPANUS wieder. Die von E. RATDOLT besorgte Erstausgabe, Venedig 1482, fol. b 7^v E-b 8^r A zeigt einige unwesentliche Abweichungen. Die wichtigste ist, daß *acutissimum*, wohl um eine Wiederholung zu vermeiden, durch *angustissimum* ersetzt ist. Der Text in *Cod. cus.*[7] enthält auf fol. 140 E einen Zeilensprung.

[84] *Geom. specul.*[13] II, 4; *concl.* 6; fol. B 2^r E.

[85] CAMPANUS[83], fol. b 8^r M. [86] CAMPANUS[83], fol. b 8^r M.

Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo contingentiae aequalis aut eo minor, cum omnis talis possit per aequalia dividi secundum doctrinam 9 primi[87], *inter lineam ·ae· et circumferentiam posset linea recta intercipi, quod monstravimus esse non posse. Per quod patet, angulum contentum a diametro et circumferentia omnium acutorum rectilineorum esse maiorem, quia non differt a recto nisi in angulo contingentiae, quem monstravimus esse minorem omni rectilineo.*

Nach einer für uns nebensächlichen Zwischenbemerkung lesen wir[88]:

Ex hoc notandum, quod non valet ista argumentatio: hoc transit a minore ad maius et per omnia media, ergo per aequale, nec ista: contingit reperire maius hoc et minus eodem, ergo contingit reperire aequale. Hoc autem sic patet. Sit circulus ·ab· super centrum ·c· ,cuius diameter ·acb·, et ducatur ab eius termino ·a· linea ·ad· orthogonaliter, eritque contingens circulum per correlarium huius. Describatur iterum super punctum ·a· secundum quantitatem diametri ·ab· circulus ·bed· et imaginetur linea ·ab· moveri super punctum ·a· per circumferentiam arcus ·bed· ita, quod punctum ·b· numeret omnia puncta arcus ·bed·, quousque perveniat ad lineam ·ad·, et cooperiat ipsam. Et quia angulus ·bad· est rectus, erit ut non sit sumere aliquem angulum acutum, cui aequalem non fecerit linea ·ab· cum diametro ·acb· minoris circuli, quia transivit ad angulum rectum dinumerans situm omnium angulorum acutorum, quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi contento a semicircumferentia ·ab· et diametro ·acb·, et angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico, quod nullus in transitu ab acutis minoribus ad rectum maiorem intermedius fuit ei aequalis. Si enim fuerit aliquis, sit ut illum fecerit linea ·ab·, cum punctus ·b· fuit in puncto ·e· arcus ·bed· Quia ergo angulus ·eab· est aequalis angulo semicirculi praedicto, angulus autem semicirculi est amplissimus omnium acutorum per ultimam partem huius, erit angulus ·eab· amplissimus omnium acutorum. Dividatur ergo angulus ·ead· sicut proposuit 9 primi per aequalia ducta linea ·af·,eritque per conceptionem angulus ·fab· amplior angulo ·eab. Quare erit aliquid amplius amplissimo, quod est impossibile.

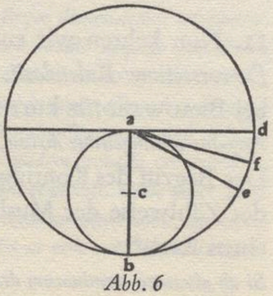

Abb. 6

Vel sic: Cum angulus ·eab· sit aequalis angulo semicirculi, sicut ponitur, at angulus semicirculi cum angulo contingentiae est aequalis uni recto, similiter quoque angulus ·eab· cum angulo ·ead· est aequalis uni recto, erit angulus ·ead· aequalis angulo contingentiae. Et quia angulus contingentiae est angustissimus omnium acutorum per tertiam partem huius, erit similiter angulus ·ead· sibi aequalis angustissimus omnium acutorum. Sed angulus ·eaf· est eo angustior per conceptionem; erit ergo aliquid angustius angustissimo, quod est impossibile.

Non ergo erit angulus rectilineus aequalis angulo semicirculi, et quia transitur a minori ad maius

---

[87] EUKLID, *Elem.* I, 9: Einen gegebenen geradlinigen Winkel zu halbieren.

[88] CAMPANUS[83], fol. b 8^{r} E–b 8^{v} A. Dieser Text findet sich (ebenso wie der Haupttext zu III, 15) auch bei CLAGETT[76], S. 430–431. Ähnliche zusätzliche Bemerkungen, die jedoch nichts Neues bieten, fügt CAMPANUS außerdem zu den Sätzen III, 30 (Peripheriewinkel und Abschnittswinkel im Kreis) und X, 1 (ist $a>b$ und wird von a mehr als seine Hälfte, vom Rest wiederum mehr als dessen Hälfte usw. weggenommen, dann entsteht nach einer endlichen Anzahl von Schritten ein Rest $r<b$). Die Ergänzung zu III, 30 ist auch zu lesen bei BUSARD[29], S. 163, Fußnote 3. Eine ähnliche Stelle steht in der *Geom. specul.*[13] II, 4; *concl.* 8, worin *Elem.* III, 30 wiedergegeben ist: fol. B 3^{r} A. Interessanterweise ist ein Teil des Inhaltes dieser *concl.* auch in II, 2; *concl.* 5; fol. A 6^{r} A zu finden, jedoch ohne eine zusätzliche Bemerkung über *maius et minus.*

et non per aequale. Item quia est reperire minorem eo et maiorem, patet instantia contra utramque argumentationem praedictam.

Diese wichtige Stelle wird von Nikolaus in *De circuli quadratura* verwendet[89]. Auch darüber, ob ein Kontingenzwinkel durch eine *gerade Linie* geteilt werden kann, hat sich CAMPANUS Gedanken gemacht[90]:

Posset probari, quod angulus contingentiae est divisibilis secundum lineam rectam, ut constat per figurationem hic a latere positam. Certum est, quod angulus, qui causatur ex contactu duorum circulorum vel spatiorum, est angulus contingentiae, et talis dividatur per lineam ·eg·, quia hic habetur triangulus ·hgk·, cuius basis ·hk· dividatur per aequalia in puncto ·e·, et protrahatur versus ·g· contactum. Et arguitur per 4 primi[91]*, deinde per 26 huius*[92]*, et patet propositum.*

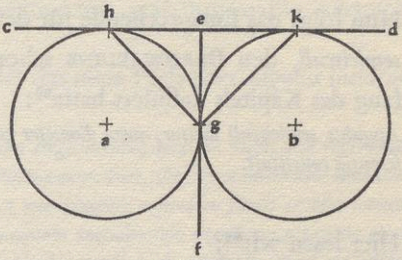

Abb. 7

12. Dieser Zusatz des CAMPANUS wird von BRADWARDINE aufgenommen und weitergebildet. Ich gebe zunächst den Satz über den Kontingenzwinkel[93]:

Angulus contingentiae est omni angulo rectilineo minor. Tamen est divisibilis in infinitum. Ex quo manifestum est, quod tanto angulus contingentiae est maior, quanto circulus minor, et tanto minor, quanto circulus maior.

Der Beweis für den ersten Teil dieser Behauptung entspricht jenem des CAMPANUS und ist nicht weiter interessant. Hingegen bringt der Beweis für den zweiten Teil der Behauptung etwas Neues[94]:

Pars secunda patet, scilicet quod angulus contingentiae est divisibilis in infinitum. Licet enim, non posset dividi per lineam rectam, potest tamen dividi per lineam curvam, qualis est linea circumferentiae. Et hoc patet protrahendo ·ae· diametrum in continuum et directum et super diversa centra in eo sita describendo diversos circulos, omnes se contingentes in puncto ·a. Nam angulum contingentiae ·gab· dividit circumferentia ·ah· super centrum ·f· descripta, et angulum contingentiae ·hab· dividit circumferentia ·ai· super centrum ·d·, et sic in infinitum, descendendo in

---

[89] Vgl. *Math. Schr.*[1], S. 37–40.

[90] CAMPANUS[83], fol. b 8v A. Diese Stelle fehlt in *Cod. cus.*[7]. Die flüchtige Komposition des Textes, die gar nicht zu der sonstigen Art von CAMPANUS passen will, legt die Vermutung nahe, es handle sich um einen späteren Zusatz, dessen Zustandekommen wir jedoch noch nicht kennen.

[91] In *Elem.* I, 4 steht der erste Kongruenzsatz: Dreiecke, die in zwei Seiten und deren Zwischenwinkel übereinstimmen, sind kongruent.

[92] Diese Bezugstelle kann nicht richtig sein. Es widerspricht dem Aufbau, daß ein erst später auftretender Satz schon jetzt verwendet werden sollte, und zudem enthält III, 26 den Satz vom Peripheriewinkel, der hier gar nicht in Frage kommt. Es ist mir nicht gelungen, den Sachverhalt aufzuhellen.

[93] *Geom. specul.*[13] II, 4; *concl.* 6; fol. B 2r M.

[94] *Geom. specul.*[13] II, 4; fol. B 2v A.

diametro ·ad· et describendo circulos se contingentes in puncto ·a. Et propter hoc dicit Campanus li. 3, co. 15, quod quilibet angulus rectilineus in infinitum quolibet angulo contingentiae est maior. Correlarium patet, quia linea contingens ·ab· cum minori circumferentia constituit angulum ·gab· maximum et cum maiori ·iab· minimum.

Nun folgt das Entsprechende für den *angulus semicirculi*, den Bradwardine schon zu Anfang des Kapitels definiert hatte[95]:

Angulus semicirculi dicitur, quem diameter cum circumferentia constituit.

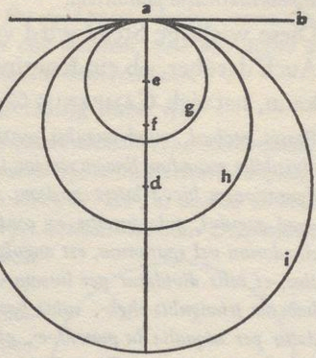

Abb. 8

Hier lesen wir[96]:

Angulus semicirculi est omni angulo rectilineo acuto maior et omni angulo recto vel obtuso minor, et tamen est augmentabilis in infinitum. Ex quo manifestum est, quod angulus semicirculi est angulo recto rectilineo minor et acuto rectilineo maior, sed aequalis numquam poterit esse.

Der Beweis ist nicht weiter interessant, wohl aber der ergänzend hinzugefügte Hinweis auf Campanus[97]:

Ex isto inducit Campanus, tales argumentationes non valere: Contingit reperire maius et minus, hoc eodem demonstrato, ergo contingit reperire aequale. Item hoc: Transit de minori ad maius et secundum omnia media, ergo per aequale. Tales enim consequentiae non valent...

Ergänzend sei nur kurz auf Ähnliches in Oresmes *Quaestiones super Geometriam Euclidis* hingewiesen. In der *Quaestio* 20: *Quae res sit angulus*[98] wird ausdrücklich festgestellt, daß ein Kontingenzwinkel nicht vergrößert oder verkleinert, also auch nicht verdoppelt werden kann, ohne seine *species* zu ändern. Dies könnte eine Reaktion auf Bradwardines Ausführungen sein.

Schließlich erwähne ich die *Quaestio Alberti de Saxonia de quadratura circuli*[99], die auf Campanus und die ältere Literatur vor allem philosophischen Charak-

---

[95] *Geom. specul.*[13] II, 4; fol. B 1v M.

[96] *Geom. specul.*[13] II, 4; *concl.* 5; fol. B 2v M.

[97] *Geom. specul.*[13] fol. B 2v E.

[98] ed. Busard[29], S. 65–66. In der vorhergehenden *Quaestio* 19: *Utrum angulus sit accidens absolute inhaerens superficiei*, ebd. S. 58–62, wird unter Hinweis auf die Anschauung eingehend von der Vergrößerung, Verkleinerung, Verdopplung und Halbierung des Kontingenzwinkels gesprochen.

[99] Diese *Quaestio* ist mit englischer Übersetzung und eingehenden Erläuterungen abgedruckt bei Clagett[76], S. 398–432. Alberts Ausführungen schließen sich an lateinische Wiedergaben der Aristoteles-Stellen und ihre Erklärungen, an Campanus und an eine dem Campanus zugeschriebene, jedoch vermutlich von John Peckham stammende »Kreisquadratur« an ($\pi = 3^1/_7$). Diese Schrift ist ebenfalls von Clagett ediert: ebd. S. 588–609.

ters Bezug nimmt, nicht aber auf BRADWARDINE, und nichts wesentlich Neues zu dem bisherigen hinzufügt.

13. Dieser ganze Fragenkomplex, der später für Nikolaus von größter Bedeutung sein wird – ich habe schon auf *De circuli quadratura* hingewiesen – spiegelt sich in den frühen philosophischen Schriften nur verhältnismäßig schwach wider.

a) Ich erwähne zunächst eine Stelle, bei der das neue Fachwort *angulus incidentiae* auftritt[100]:

...ut nihil sit in universo, quod non gaudeat quadam singularitate, quae in nullo alio reperibilis est, ita quod nullum omnia in omnibus vincat aut diversa aequaliter, sicut cum nullo ullo umquam tempore aequale in quocumque esse potest; etiam si uno tempore minus eo fuerit et alio maius, hunc transitum facit in quadam singularitate, ut numquam aequalitatem praecisam attingat; sicut quadratum inscriptum circulo transit ad magnitudinem circumscripti de quadrato, quod est minus circulo, ad quadratum circulo maius, absque hoc, quod umquam perveniat ad aequale sibi, et angulus incidentiae de minori recto ad maiorem ascendit absque medio aequalitatis. Et plura horum in libro Coniecturarum[101] elicientur.

b) Eine weitere Stelle könnte durch die Figur BRADWARDINES zur Teilung des Kontingenzwinkels angeregt sein[102]:

Primum autem, quod linea infinita sit recta, patet: Diameter circuli est linea recta, et circumferentia est linea curva maior diametro; si igitur curva linea in sua curvitate recipit minus, quanto circumferentia fuerit maioris circuli, igitur circumferentia maximi circuli, qua maior esse non potest, est minime curva; quare maxime recta. Coincidit igitur cum maximo minimum, ita ut ad oculum videatur necessarium esse, quod maxima linea sit recta maxime et minime curva. Nec hic potest remanere scrupulus dubii, quando in figura hic lateraliter videtur, quomodo arcus ·cd· maioris circuli plus recedit a curvitate quam arcus ·ef· minoris circuli, et ille plus a curvitate recedit quam arcus ·gh· adhuc minoris circuli; quare linea recta ·ab· erit arcus maximi circuli, qui maior esse non potest. Et ita videtur, quomodo maxima et infinita linea necessario est rectissima, cui curvitas non opponitur, – immo curvitas in ipsa maxima linea est rectitudo; et hoc est primum probandum.

Abb. 9

---

[100] *Doct. ign.* III, 1; S. 122, 4–14. Das Wort *angulus incidentiae* – gemeint ist hier der *angulus semicirculi*, wie ihn BRADWARDINE kurz benennt (vgl. die Textstelle bei Fußnote 95) – finde ich erstmals in der kurzen Note zur »Kreisquadratur« eines sonst nicht weiter bekannten FREDRICUS. Sie ist zum Teil abgedruckt bei CLAGETT[76], S. 568, Fußnote 2, rechte Spalte.

[101] Wahrscheinlich ist dies eine Bezugnahme auf *De coni.* II, 2; fol. 51ᵛ–52ᵛ, wo so viel von mathematischen Fragen die Rede ist.

[102] *Doct. ign.* I, 13; S. 26, 3–19. Der nämliche Gedanke wird im *Complementum theologicum* (*Opera*[3] II, 2. Zählung, fol. 93ᵛ E) so formuliert: *Quanto circulus maior, tanto circumferentia rectior.*

c) Schließlich sei noch kurz auf die wichtigsten Erwähnungen der einschlägigen Fragen in den *späteren* philosophischen Schriften des Nikolaus verwiesen. Da wäre zunächst *De beryllo*[103] zu nennen. Dort steht das *Winkelproblem* im Mittelpunkt der Betrachtungen, allerdings vorzugsweise vom *symbolischen* Standpunkt aus gesehen. Interessant sind ferner die Erörterungen in *De venatione sapientiae.* Sie setzen ein[104] mit einem Hinweis auf die Definition des Kreises. Dann wird der Winkelbegriff behandelt, wobei ausdrücklich gesagt wird, daß der rechte Winkel als Maß des spitzen und des stumpfen Winkels angesehen werden muß, die dem rechten »immer ähnlicher« gemacht werden können.

An späterer Stelle[105] lesen wir zunächst, die gerade Linie sei einfacher als die gekrümmte, zu deren Beschreibung zusätzlich die Begriffe konvex und konkav herangezogen werden müßten. Hier erscheint das Wort *angulus incidentiae* wieder, jedoch in etwas erweiterter Bedeutung zur Kennzeichnung des Winkels zwischen einem Kreisbogen und der zugehörigen Kreissehne, also des Abschnittswinkels, wie wir heute sagen würden[106]:

Sit ·ab· recta. Et super uno eius puncto, puta ·c·, describe quartam circuli, cuius semidiameter sit ·cb. Et trahe aliam semidiametrum ·cd. Et ·db· arcus sit quarta, cuius medium sit ·f·; et trahe chordam ·db. Deinde continua ·cd· et ·cb· in infinitum. Et super ·c· describe quartam circuli maioris, quae sit ·gh·, cuius medium ·i. Et trahe ut prius chordam ·gh· et trahe rectam circumscriptam arcui ·gh·, quae sit ·kil.

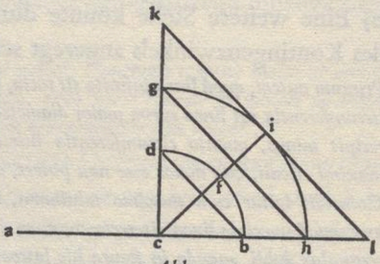

Abb. 10

Certum est, ·cdfb· figuram triangularem habere circa centrum angulum rectum et circa arcum duos angulos, quorum quisque maior semirecto, quantum cadit supra chordam et infra arcum de angulis. Et quia in maiori circulo, scilicet ·cgih·, anguli circa arcum sunt maiores quam in minori circulo (maior enim est angulus incidentiae super ·gh· chordam cadens quam super chordam ·db·), – quare certum est, angulos illos ex semidiametro et arcu continue posse fieri maiores, quando arcus est maioris circuli…

---

[103] ed. L. BAUR, *Opera*[2] XI/1, Leipzig 1940, deutsche Übersetzung von K. FLEISCHMANN, Leipzig 1938 (=Philosoph. Bibl. 217).

[104] Kap. 5, ed. WILPERT[62], S. 20 A = *12*.

[105] Kap. 26, ed. WILPERT[62], S. 112–117 = *74–76*.

[106] Dieser Abschnittswinkel heißt sonst *angulus portionis*, wie nach ADELHARD-CAMPANUS in EUKLID, *Elem.* III, Definition 7 zu lesen steht, ebenso bei BRADWARDINE, *Geom. specul.*[13] II, 4; fol. B 1ᵛ M. Der nachfolgende Text befindet sich bei WILPERT[105], S. 114 = *75*.

Hier setzt sich Nikolaus kühn über EUKLID, *Elemente* III, 31,[107] hinweg, worin festgestellt wird, daß der Abschnittswinkel ebenso groß ist wie ein Winkel, der über dem nämlichen Bogen steht. Folglich sind die Abschnittswinkel *bdf* und *hgi gleich groß*, nämlich jeder gleich einem *angulus semirectus*. Was Nikolaus veranlaßt haben mag, den Abschnittswinkel von der Länge des beteiligten Halbmessers abhängig zu machen, erkennen wir aus Abb. 11. Hier ist der Bogen *gih* um die Strecke *gd* nach unten verschoben (gestrichelt), so daß die beiden Abschnittswinkel über der nämlichen Sehne *db* stehen. Wenn wir nunmehr die von Nikolaus als zutreffend angesehene flächenhafte Winkeldefinition zugrunde legen, umfaßt der Winkel zwischen der gemeinsamen Sehne und dem gestrichelten Bogen den anderen; ist folglich »gemäß der Anschauung« der größere.

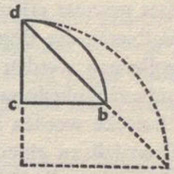

Abb. 11

14. Natürlich weiß Nikolaus, daß eine *Sehne* am Kreis kleiner ist als der zugehörige *Bogen*. Daß dies als ausgeformter Satz erst in der *Circuli dimensio* des ARCHIMEDES[108] auftritt, besagt noch nicht, daß Nikolaus *schon damals* mit dieser Schrift bekannt geworden sein muß; denn es handelt sich um eine Erkenntnis, die unmittelbar aus der reinen Anschauung entnommen werden kann. Sie wird in genialer Weise bei einer Betrachtung verwendet, die einem interessanten Grenzübergang gleichkommt[109]:

Quis non videt, si duo latera trianguli simul iuncta possent esse tertio aequalia, quod haec proportio attingeretur? Si enim omnis chorda minor est quam arcus, cui subtenditur, et chorda minoris arcus similior est arcui suo quam chorda maioris, manifestum est, si admitteretur, duas chordas mediorum arcuum aequales esse chordae integri arcus, chordae et arcus coincidentiam subinferri. Pariformiter, si non omnis dabilis arcus per medium divisibilis esset[110]*, ad idem necessario deveniri oporteret.*

---

[107] Bei ADELHARD-CAMPANUS heißt dieser Satz so: *Si circulum linea recta contingat, a contactu vero in circulum quaedam circulum secans linea recta praeter centrum ducatur, quousque duos angulos versus contactum facit, duobus angulis, qui in alternis circuli super arcus consistunt portionibus, aequales sunt.* Diese Formulierung ist allerdings ohne Figur nicht recht verständlich. Was gemeint ist, erkennen wir aus Abb. 10a, wo entsprechend gleiche Winkel gleich bezeichnet sind. Bezeichnenderweise fehlt der Satz bei BRADWARDINE.

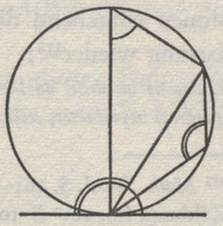
Abb. 10a

[108] Vgl. etwa die aus dem Register unter *arcus* und *corda* feststellbaren Erwähnungen in den verschiedenen frühen lateinischen Übersetzungen der Kreismessung, wiedergegeben bei CLAGETT[76].

[109] *De coni.* II, 2; fol. 52r A = *82*, 7–23.

[110] Die Bogenhalbierung wird gelehrt in EUKLID, *Elem.* III, 29, fehlt jedoch bei BRADWARDINE. Über die mutmaßliche Bedeutung der vorliegenden Stelle vgl. unten den Text bei Fußnote 118.

Sicut igitur necessarium est omnis trianguli duo latera simul iuncta tertio maiora esse et omne quantum esse semper divisibile per proportionales partes, si coincidentia saepe dicta vitari debet, ita de omnibus geometricis demonstrationibus facile comperies. Tentabo hanc mathematicam radicem aliquando (vita comite) explicare, ut ipsam scientiam hac via ad sufficientiam quandam reducam.
Hier wird zunächst gesagt, daß die kürzere Sehne am nämlichen Kreis den zugehörigen Bogen »besser« annähert als die längere – eine wichtige Bemerkung, die im nächsten Satz genauer erläutert wird. Dieser Satz besagt im Grunde, daß die Annäherung durch Halbieren des Bogens und Ergänzen der zu den beiden Halbbögen gehörenden Sehnen vollzogen werden kann. Nicht *ausgeführt*, jedoch *gemeint* ist, daß sich dieses Verfahren unbeschränkt fortsetzen läßt. Die Grundwinkel der dabei entstehenden gleichschenkligen Dreiecke werden immer kleiner, der Winkel an der Spitze immer größer, bis wir im Grenzfall zu einem »Dreieck« gelangen, worin die beiden kürzeren Seiten zusammen ebenso lang sind wie die längere. Damit ist aber der Hauptgedanke der berühmten Stelle in *De mathematica perfectione*[111] vorweggenommen, wo Nikolaus mit Hilfe einer *visio intellectualis* im Infinitesimalen (wie wir heute sagen würden) zur Gleichheit zwischen Sehne und Bogen gelangt. Die zusätzliche Bemerkung, das Verfahren sei auch dann durchführbar, falls der Bogen *nicht* halbiert werden könne, hängt wohl mit einer anderen Angelegenheit zusammen, auf die wir sogleich zu sprechen kommen werden. Der abschließende Satz zeigt uns, daß Nikolaus schon bei der Redaktion von *De coniecturis* an die Abfassung einer eigenen mathematischen Schrift gedacht hat.

15. Eine andere Angelegenheit hat Nikolaus – wie übrigens alle mathematisch und philosophisch interessierten Zeitgenossen – eingehend beschäftigt, nämlich die *Existenz inkommensurabler Streckenpaare.* Daß die Diagonale d und die Seite s am Quadrat inkommensurabel sind, wird bei Aristoteles sehr oft erwähnt. An zwei Stellen der *Analytica priora* wird auch das Beweisverfahren angedeutet, das mit dem Gegensatz zwischen Gerade und Ungerade zu tun habe[112]. Nähere Ausführungen enthält ein längerer Zusatz des Campanus zu Euklid, *Elem.* X, 7. Dessen Beweis wird von Bradwardine in zwei Conclusionen eingehend diskutiert. Die eine gibt den Satz in vorzüglicher Kurzfassung wieder[113]:

Diametri quadrati ad latus eiusdem est proportio irrationalis, estque omnis diameter costae sui quadrati asymmeter, scilicet incommensurabilis.

---

[111] *Math. Schr.*[1], S. 161–162. Der zugehörige lateinische Text steht in den *Opera*[3] II, zweite Zählung, fol. 101^r E–101^v A. Hier wie stets im folgenden bei der Wiedergabe der Texte stütze ich mich auf die nach den Handschriften vorbereitete lateinische Ausgabe; sie weicht nur in geringfügigen Kleinigkeiten von dem ab, was sich in der *Parisina* vorfindet.

[112] *Anal. prior.* I, 23; 41^v23–27 und I, 44; 50^v35–38.

[113] *Geom. specul.*[13] III, 4; *concl.* 3; fol. C 1^r M. Aus $s:d=d:2s$ wird geschlossen, daß d das geometrische Mittel zwischen s und $2s$ ist. Damit ist die Rückführung auf die vorhergehende *Conclusio* gelungen. Diese besagt, daß x zu a und b inkommensurabel ist, falls $a:x=x:b$ und $a:b$ nicht durch das Verhältnis zweier Quadratzahlen ausgedrückt werden kann. Vgl. auch unten den Text bei Fußnote 134.

Die zweite Conclusion lautet so[114]:

Lineae, quarum una potest in duplum respectu alterius, sunt sicut diameter ad costa.

Nach einigen Vorbemerkungen erscheint hier der volle Wortlaut des CAMPANUS-Textes von *Elem.* X, 7, der uns in diesem Zusammenhang nicht weiter interessiert, ferner ein Verweis auf ARISTOTELES und schließlich der arithmetische Inkommensurabilitätsbeweis: Wären d und s kommensurabel, dann ließe sich $d:s$ in ganzen teilerfremden Zahlen ausdrücken. Weil nun $d^2=2s^2$, müßte d ein gerades Vielfaches, s ein *ungerades* einer gemeinsam in d und s enthaltenen Strecke sein. Ist aber d gerade und gleich $2e$, dann ist $s^2=2e^2$, und folglich müßte s auch ein *gerades* Vielfaches einer gemeinsam in e und s, also auch in d und s enthaltenen Strecke sein; also wäre die zugehörige Maßzahl gleichzeitig gerade und ungerade, und das kann nicht zutreffen.

Zu dieser Frage nimmt Nikolaus im Zusammenhang mit einer Auseinandersetzung über die Bedeutung der *coincidentia oppositorum* wie folgt Stellung[115]:

Hinc irrationalis est proportio diametri ad costam, quia paris et imparis coincidentiam esse oporteret.

Einen ähnlichen Hinweis lesen wir in der Schrift *De mathematicis complementis*, wo Nikolaus sagt, man könne das Verhältnis zwischen Bogen und Sehne nicht in ganzen Zahlen ausdrücken[116]:

In veris enim est impossibile, quia medietas duplae est innumerabilis, cum nec par nec impar, quae cadet in hac ratione.

Daraus entnimmt Nikolaus nun, daß man auch einen *Winkel* in irrationalem Verhältnis teilen könne[117]. Dies scheint mir zu erklären, warum er[118] die Möglichkeit in Erwägung zieht, ein gegebener Bogen lasse sich vielleicht nicht halbieren.

16. Wir finden jedoch auch eine Reihe von Sätzen rein mathematischen Inhaltes, die Nikolaus nicht aus anderen Quellen entnommen, vielmehr im Zusammenhang mit der von ihm entdeckten *coincidentia oppositorum* hinzugefügt hat. Sie beziehen sich alle auf Fragen der Quadratur und Rektifikation des Kreises.

a) Für Nikolaus ist der Kreis die vollendetste unter den ebenen Figuren[119] und – jedoch erst als *circulus infinitus* – identisch mit der absoluten Einheit[120].

---

[114] *Geom. specul.*[13] III, 5; *concl.* 2; fol. C 1ᵛ E–C 2ʳ M.

[115] *De coni.* II, 1; fol. 51ʳ E = *76*, 12–14.

[116] *Math. Schr.*[1], S. 89 E=*Opera*[3] II, zweite Zählung, fol. 67ᵛ M.

[117] Ich verweise auf die folgenden Stellen in den mathematischen Schriften: *De transmutationibus geometricis*; *Math. Schr.*[1], S. 23 E=*Opera*[3] II, zweite Zählung, fol. 45ᵛ M (bei Randziffer 6); *De mathematicis complementis*; *Math. Schr.* S. 92 A=*Opera*, fol. 68ʳ M, versehentlich in der *Parisina* als 69 bezeichnet, (bei Randziffer 7) und *Aurea propositio in mathematicis*; *Math. Schr.* S. 181–182 (im lateinischen Text noch unediert).

[118] Es handelt sich um die Textstelle bei Fußnote 110.

[119] *Doct. ign.* I, 10; S. 20, 1–3.

[120] Diesem Gedanken gehört das ganze Kapitel 21 des 1. Buches der *Doct. ign.*, S. 42–44 mit der Überschrift: *Transsumptio circuli infiniti ad unitatem.*

Unter den Vorbildern, an denen er sich orientiert haben kann, wäre vielleicht zusätzlich zu den in der kritischen Ausgabe erwähnten noch BOETHIUS und BRADWARDINE zu nennen. BOETHIUS äußert sich so[121]:

Sphaera vel circulus in proprii semper principii reversione formantur

beziehungsweise

Unitas quoque virtute et potestate ipsa quoque circulus vel sphaera est.

Sogar der in der *Geometria speculativa* vorzugsweise *fachlich* orientierte BRADWARDINE weiß Überschwängliches vom Kreis zu sagen[122]:

...circulus, quia figurarum uniformissima et specialissima, divisionem non recipit in species sicut neque aliqua regularis figura, sed dividitur solum quantitativa divisione in portiones

beziehungsweise

Tangam in hoc capitulo pauca de circulis; nam prosequi naturam illius quantum ad omnes eius conditiones magnum requirit tractatum. Sed propter formam saltem nunc numerandae sunt laudabiles proprietates et passiones circuli. Ipse autem figurarum prima est et perfectissima, simplicissima et regularissima, capacissima et pulcherrima...,

und nach Abschluß der Darlegung über isoperimetrische Figuren, auf die ich noch eigens zu sprechen kommen werde[123]:

Et quia deventum est ad figuras regulares, procedendo ab irregularibus etiam secundum eandem speciem in polygoniis, nunc apponamus unam conclusionem circuli, qui est omnium figurarum regularissima et uniformissima omnium figurarum isoperimetrarum.

Weil nun der Kreis die in sich vollendetste Figur ist, kann er – und damit geht Nikolaus weit über alle ähnlichen Vorbilder hinaus – nur *durch sich selbst* gemessen werden. Dies wird an jener Stelle gesagt, wo der schöne Vergleich über die nur unvollkommen erfaßbare Wahrheit zu lesen steht[123a]:

Non potest igitur finitus intellectus rerum veritatem per similitudinem praecise attingere. Veritas enim non est nec plus nec minus, in quodam indivisibili consistens, quam omne non ipsum verum existens praecise mensurare non potest; sicut nec circulum, cuius esse in quodam indivisibili consistit, non-circulus. Intellectus igitur, qui non est veritas, numquam veritatem adeo praecise comprehendit, quin per infinitum praecisius comprehendi possit, habens se ad veritatem sicut polygonia ad circulum, quae quanto inscripta plurium angulorum fuerit, tanto similior circulo, numquam tamen efficitur aequalis, etiam si angulos in infinitum multiplicaverit, nisi in identitatem cum circulo se resolvat.

b) Aus dieser Betrachtungsweise erwächst für Nikolaus die Gewißheit, daß zwischen der Fläche des Kreises und jener geradlinig begrenzter Figuren auf keinen Fall rational genau angebbare Verhältnisse bestehen können; wohl sucht er rationale Annäherungen – möglichst gute, versteht sich, – und um

---

[121] *Inst. arithm.*[8] II, 30; S. 121, 20–21 und S. 122, 3–4.
[122] *Geom. specul.*[13] II, 4; fol. B 1v A, dann B 1v M.
[123] *Geom. specul.*[13] II, 4; Zusatz zu *concl.* 4; fol. B 4v A.
[123a] *Doct. ign.* I, 3; S. 9, 10–20.

solche geht es vorzugsweise in den *Mathematischen Schriften*. Aber es gibt für ihn auch Irrationalitäten an teilweise kreisförmig begrenzten Figuren[124]:

Pariter si diceretur, cur portio circuli ex chorda minori diametro et arcu est ad circulum improportionalis, respondebis, quia aliter contradictionis coincidentia sequeretur.

Entsprechendes gilt in seinem Sinn auch für das Verhältnis zwischen Kreisumfang und Durchmesser[125]:

Tentavi ego aliquando, affirmans diametri et circumferentiae circuli proportionem inattingibilem atque inadmissibilem propter iam dictam coincidentiam vitandam, et statim quid geometrice affirmandum quidque negandum vidi.

Von diesem Beweisversuch für die fragliche Irrationalität ist anscheinend nichts mehr erhalten; er wird wohl zu den vielen Vorstudien zu *De transmutationibus geometricis* zu rechnen sein, die dortselbst mit den Worten erwähnt werden[126]:

Post innumeros paene modos, quibus, semper tamen deficiens, ad institutam artem [*scil. ad quadrandum circulum*] *pervenire contendi, tandem ad principium, quo in de docta ignorantia usus sum, respiciens, via mihi patefacta extitit.*

Übrigens dürfte Nikolaus auf diesen Irrationalitätssatz vor allem bei der Lektüre Ramon Lulls gestoßen sein. Dessen Schrift über die Quadratur und Triangulatur des Kreises hat er ja eigenhändig abgeschrieben. Dort lesen wir[127]:

Cum ita sit, quod mensurae rectarum linearum et mensurae linearum circularium non sint eiusdem rationis, et cum compassu homo non possit mensurare lineas circulares cum lineis rectis, igitur oportet mathematice in sua anima cum imaginatione mensuret rectas lineas et circulares recipiendo significata rectarum linearum et circularium in subiecto visibili sentitarum.

17. Ich bin mir darüber klar, daß die vorstehende Zusammenstellung durchaus nicht alles wiedergibt, was Nikolaus bei Abfassung der ersten beiden philosophischen Frühschriften an geometrischen Kenntnissen besessen haben wird. Immerhin handelt es sich wohl um eine *kennzeichnende* Auswahl. Sie scheint mir zu beweisen, daß Nikolaus auf jeden Fall mit den einfacheren Teilen der Adelhard-Campanus-Übersetzung der Euklidischen *Elemente* vertraut war, daß er jedoch in erster Linie auf den *Wortlaut der Texte* geachtet hat, während ihn die einzelnen *Beweise* nicht sehr interessiert haben mochten. Wir werden dieses Vorgehen dem Philosophen, der ja zu diesem Zeitpunkt nur auf die symbolische Ausdeutung mathematischer Sachverhalte bedacht war, in keiner Weise verübeln können. Manches spricht dafür, daß Nikolaus auch einige der kürzeren und besseren Formulierungen des Bradwardine bekannt waren, und

---

124 *De coni.* II, 2; fol. 51^v E = *81*, 13–15.

125 *De coni.* II, 2; fol. 51^v E–52^r A = *82*, 1–5.

126 *Math. Schr.*[1], S. 5 = *Opera*[3] II, 2. Zählg., fol. 33^r E–33^v A.

127 *De quadratura et triangulatura circuli*, von Nikolaus wohl um 1428 eigenhändig abgeschrieben. Der Text ist wiedergegeben bei Hofmann[80], S. 22, 8–13.

vor allem die Abb. 9 macht das wahrscheinlich, kann jedoch bei der geringen Schwierigkeit der angewendeten Überlegung keine unbedingte Sicherheit geben.

Die zahlreichen Textänderungen gegenüber den Vorlagen lassen vermuten, daß Nikolaus ohne genaue Unterlagen, vielleicht sogar nur aus dem Gedächtnis zitiert hat. Dies wäre recht wohl erklärbar, wenn wir etwa annehmen, daß er damals noch keine CAMPANUS-Abschrift besaß und über Mathematisches nur einiges im philosophischen Vorkurs für die Theologen gehört hatte. Dort war es ja üblich, einen gedrängten und auf philosophisch interessante Hauptfragen beschränkten Überblick zu geben, ohne philosophisch weniger bedeutsame und schwierigere Fachfragen zu berühren. Gerade für solche Zwecke war ja BRADWARDINES *Geometria speculativa* geschrieben worden. Sie *allein* kann jedoch die Vorlage nicht gewesen sein; denn Nikolaus verwendet ja, wie wir gesehen haben, eine Reihe von Sätzen, die sich in BRADWARDINES Auswahl nicht vorfinden und auch nicht aus den *Institutiones arithmeticae* des BOETHIUS stammen können. Die GERBERTsche *Geometria* kommt höchstens als bescheidene Nebenvorlage in Frage.

Besonders aufschlußreich ist die Feststellung, daß Nikolaus zu diesem Zeitpunkt (um 1440 und in den unmittelbar nachfolgenden Jahren) weder das Wort *isoperimetra* noch die zugehörigen Sätze verwendet. Wahrscheinlich hat er den hier berührten Problemkreis damals noch gar nicht gekannt. Dann scheidet jedoch eine *genaue* Lektüre der *Geometria speculativa* aus; denn dort werden die isoperimetrischen Dinge in Buch II, Kap. 5 und die Kreisquadratur (unter Nennung des Namens ARCHIMEDES) in Buch III, Kap. 6, *concl.* 5 ziemlich eingehend behandelt.

18. Wenden wir uns nunmehr den *mathematischen Schriften* zu! Hier wird EUKLID des öfteren genannt.

a) Farblos ist die Stelle aus *De transmutationibus geometricis*[128]:

Nam triangulum posse in plures scindi triangulos, et quemlibet in quadrangulum verti et illorum quemlibet in quadratum, et plura quadrata in unum, atque triangulum in plures aequiangulos trigonos, et triangulum similiter atque quadratum sic et omnia polygonia isopleura et non isopleura in alias figuras, haec omnia ex elementis geometricis et proportione circulorum et quadratorum tibi nota relinquo, cum intendam adiicere scitis et non replicare trita.

Omnisanctus VASARIUS, der gewissenhafte *annotator* der mathematischen Schriften in der *Parisina*, verweist hierzu[129] auf EUKLID, *Elem.* VI, 25. Der zugehörige Text heißt nach ADELHARD-CAMPANUS so:

Datae superficiei similem aliique propositae aequalem designare.

[128] *Math. Schr.*[1], S. 21 M = *Opera*[3] II, 2. Zählung, fol. 45ʳ M. [129] *Opera* II[3], fol. 46ʳ A.

Vorlage dürfte jedoch vermutlich der Text des BRADWARDINE sein[130]:

Omne polygonium per resolutiones factas in triangulos et per quadraturas factas ipsorum triangulorum et demum circumscriptiones gnomonicas in formam quadrati reduci possibile est.

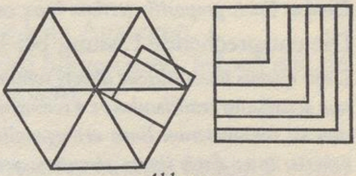

Abb. 12

De quadratura cuiuslibet polygonii in speciali tractare nimis longum foret et difficile, et ideo eligenda est via in paucioribus. De modo autem resolvendi polygonia omnia in triangulos habes propositionem sextam capituli de lineis[131]. *De modo autem quadrandi triangulum secundum suas species habes in hoc capitulo.*

De modo autem circumscribendi quadrata sibimet gnomonice habes propositionem ultimam capituli de quadrangulis[132]. *Manifestum est ergo, per ista media omne polygonium posse quadrari, quare patet intentum.*

b) In der *Quadratura circuli* finden wir zwei EUKLID-Verweise. Der eine heißt so[133]:

Posse autem inter semidiametrum et medietatem peripheriae medium proportionale facile constitui, Euclides ostendit.

---

[130] *Geom. specul.*[13] III, *Cap. sextum: De quadraturis, quarta conclusio generalis*; fol. C 3r M. Die Figur (Abb. 12) wird im Text überhaupt nicht erläutert. Wir sehen jedoch leicht ein, was gemeint ist: Man soll das regelmäßige Sechseck in ein flächengleiches Quadrat verwandeln. Zunächst wird das Sechseck durch Ziehen der drei Diagonalen aufgelöst in sechs kongruente gleichseitige Dreiecke; dann wird eines davon (rechts oben) nach dem Höhensatz (EUKLID, *Elem.* VI, 9) in ein Quadrat verwandelt. Nun folgt die »gnomonische Anlegung« (über diese vgl. unten Fußnote 132), vermittels deren zu diesem Quadrat schrittweise die fünf weiteren hinzugefügt werden können. *Wir* sehen sogleich ein, wie das vermittels des sog. Pythagoreischen Lehrsatzes gemacht werden kann.

[131] Es handelt sich um *Geom. specul.*[13] I, 4; *concl.* 6 (fol. A 3v E): *Omnis figurae polygoniae omnes anguli pariter accepti tot rectis sunt aequales, quot sunt ipsi duplicati demptis quatuor*... Um diesen Satz zu *beweisen*, zerlegt BRADWARDINE ein gegebenes (konvexes) Vieleck durch Gerade aus einem beliebig gewählten Innenpunkt zu den Ecken hin in Dreiecke. Das ist gemeint.

[132] *Geom. specul.*[13] II, 3; *concl.* 5; fol. B 1r E: *Propositis duobus quadratis sive aequalibus sive inaequalibus, alterum illorum reliquo gnomonice circumscribere contingit.* BRADWARDINE gibt als Beispiel die »gnomonische Anlegung« eines Quadrates um ein anderes zu diesem kongruentes unter stiller Verwendung des sog. Pythagoreischen Lehrsatzes. Was BRADWARDINE meint, geht wohl aus der von ihm hinzugefügten Figur (Abb. 12a) deutlich genug hervor. Ich habe das »gnomonische Anlegen« durch Tönen deutlich zu machen versucht.

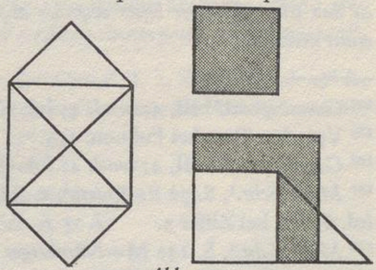

Abb. 12a

[133] *Math. Schr.*[1], S. 58 E=*Quadr. circ.*, enthalten im eigens paginierten Anhang zu Joh. REGIOMONTAN: *De triangulis omnimodis libri quinque*, ed. Joh. SCHÖNER, Nürnberg 1533, S. 5 AM.

Es handelt sich um EUKLID, *Elem.* VI, 9 der muslimischen Zählung; Text nach ADELHARD-CAMPANUS:

Duabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.

Die entsprechende Fassung bei BRADWARDINE ist merkwürdig umständlich[134]:

Datis duabus lineis illisque directe coniunctis et ligatis si super totam lineam sic ex duabus aggregatam describatur semicirculus et a communi medio duarum linearum sic coniunctarum linea orthogonaliter ad circumferentiam venerit, inter datas lineas secundum proportionalitatem continuam mediabit.

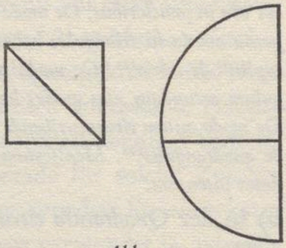

Abb. 13

Die nebenstehende Figur (Abb. 13) erklärt sogleich, was gemeint ist. Sie ist bei BRADWARDINE nur auf die Seite und Diagonale des Quadrats bezogen, von dem in der vorhergehenden *Conclusio* gehandelt worden war[135]. Dazu bemerkt BRADWARDINE nach Abschluß seiner Darlegungen[136]:

...Ista nimis diffusam postulat demonstrationem, et ideo hic sufficiat nobis Euclidis auctoritas, cuiusmodi est ista propositio sexti libri Geometriae conclusione nona, et est sensus in brevi, quod omnis linea in circulo a circumferentia super diametrum veniens orthogonaliterque diametro insistens secat ipsam diametrum in duas partes, inter quas est ipso medio loco proportionalis.

So schwierig waren selbst für ausgesprochen mathematisch veranlagte Persönlichkeiten wie BRADWARDINE damals saubere geometrische Beweise! EUKLID, *Elem.* VI, 9 wird außerdem von Nikolaus erwähnt in *De complementis mathematicis*[137], in *De una recti curvique mensura*[138], im *Dialogus de circuli quadratura*[139] und in der lateinisch noch nicht edierten *De caesarea circuli quadratura*[140].

c) Schließlich sei auf zwei weitere Erwähnungen EUKLIDS in der *Quadratura circuli* hingewiesen[141]. Die eine bezieht sich auf *Elem.* I, 37, die andere auf VI, 4. Bei ADELHARD-CAMPANUS hat der erste Satz den Wortlaut:

Aequales sunt sibi cuncti trianguli, qui super eandem basim atque inter duas lineas aequedistantes fuerint constituti.

Bei BRADWARDINE wird daraus[142]:

Si duo trianguli super bases aequales atque inter duas lineas aequedistantes ceciderint, aequales erunt necessario.

---

[134] *Geom. specul.*[13] III, 4; *concl.* 4; fol. C 1r E. Die Abb. 13 bedarf wohl keiner Erklärung.
[135] Vgl. den Text bei Fußnote 113.
[136] *Geom. specul.*[13] III, 4; *concl.* 4; fol. C 1v A.
[137] *Math. Schr.*[1], S. 72 E=*Opera*[3], 2. Zählung, fol. 60r A und *Math. Schr.* S. 87 E=*Opera*, fol. 67r M bei Ziffer 3.
[138] *Math. Schr.*[1], S. 142 M=*Nürnberger Druck*[133], S. 12 M.
[139] *Math. Schr.*[1], S. 149 E=*Nürnberger Druck*[133], S. 21 E.
[140] *Math. Schr.*[1], S. 159 E.
[141] *Math. Schr.*[1], S. 64 A=*Nürnberger Druck*[133], S. 7 E.
[142] *Geom. specul.*[13] II, 2; *concl.* 9: fol. A 6v A.

VI, 4 wird bei ADELHARD-CAMPANUS so ausgedrückt:

Omnium duorum triangulorum, quorum anguli unius angulis alterius sunt aequales, latera aequos angulos respicientia erunt proportionalia.

Bei BRADWARDINE findet sich zu dieser Fassung kein Analogon.

Auch auf den sog. Pythagoreischen Lehrsatz wird hingewiesen, jedoch nur ein einziges Mal und ohne Nennung der Satznummer[143].

19. Über die Bezugnahmen auf ADELHARD-CAMPANUS kann es keinen Zweifel geben. Wie aber steht es mit BRADWARDINE? Dies entscheidet sich an den in allen mathematischen Schriften immer wieder auftretenden Stellen, wo Nikolaus vom Kreis als dem Grenzfall isoperimetrischer regelmäßiger Vielecke spricht.

a) Schon das Wort *figura isoperimetra*, das uns erstmals in *De transmutationibus geometricis* entgegentritt[144], gibt uns einigen Aufschluß. Es wird in *De mathematicis complementis* in folgender Weise erklärt[145]:

Figurae autem multiangulae similium laterum et aequalium peripheriarum, de quibus loquar, polygoniae isopleures et isoperimetrae ex conformitate graecae linguae apud aliquos reperiuntur nominari.

Hören wir, wie sich BRADWARDINE in diesem Fall ausdrückt[146]:

Nunc isoperimetrorum, quae Euclides praetermisit, consideratio post triangulos et quadrangulos recte locum habet[147]. *Nam isoperimetrorum passiones in ipsis sunt et aliis figurarum speciebus inter se mutuo comparantes, unde et haec consideratio comparativa dicitur figurarum inter se. Nam nulla una figura isoperimetra dicitur non existente alia, cuius isoperimetra dici possit; est enim ad aliud et non ad se.*

Dann folgt die Definition[148]:

Isoperimetrae sunt figurae una alteri, quarum perimetri sunt aequales.

Nun folgt die sehr weitschweifige Worterklärung:

Ista statim patet terminos exponendo. Perimeter enim figurae est terminus ultimus vel termini, sub quo vel sub quibus figura continetur, quemadmodum peripheria id est circumferentia in circulo una et tres lineae in trigono. Et superficies, quae in omni termino vel terminis continetur, dicitur area latine vel embodum vel embipodum in graeco, et perimeter est dictio circumposita, sicut diameter[149],

---

143 *De mathematicis complementis, Math. Schr.*[1], S. 70 E=*Opera*[3] II, 2. Zählung, fol. 59v A. Die als Vorlage in Frage kommenden Wortlaute stehen im Text vor und bei Fußnote 63.

144 *Math. Schr.*[1], S. 5 E=*Opera*[3] II, 2. Zählung, fol. 33v A.

145 *Math. Schr.*[1], S. 73 A =*Opera*[3] II, 2. Zählung fol. 60r A.

146 *Geom. specul.*[13], Vorrede zu II, 5: *De figuris isoperimetris*, fol. B 3v A.

147 Ein ähnlicher Hinweis findet sich auch in II, 1; fol. A 5r A.

148 *Geom. specul.*[13] II, 5; *concl.* 1; fol. B 3v M.

149 Mit *diameter* bezeichnet BRADWARDINE in der *Geom. specul.*[13] II; 2; *concl.* 8; fol. A 6v A ausschließlich die *Quadratdiagonale*. In den *Compl. math.* (*Math. Schr.*[1], S. 73 AM =*Opera*[3] II, 2, 2. Zählung, fol. 61r A) verwendet Nikolaus das Wort *diameter* auch für die *Rechtecksdiagonale*, gibt jedoch eine unzutreffende sprachliche Herleitung: *Et si recta ducitur de*

et dicitur a peri, quod est circum, et metros, mensura, quasi mensurans figuram circum circa. Componitur autem perimeter cum iso, verbo graeco, quod sonat idem quod aequale, et dicitur isoperimeter aut valet adiective, quod interpretatur aequalis mensurationis, nam iso aequale perimeter circummensuratio dicitur...

b) Es sieht durchaus so aus, wie wenn Nikolaus hier den Text des BRADWARDINE gekannt und verkürzt hätte. Dieser Eindruck verstärkt sich, wenn wir jetzt die ersten zehn Sätze bei Nikolaus aufzählen, die seinem Hauptsatz vorausgehen[150]:

Prima propositio

Multiplicatio primae lineae[151] *in medietatem peripheriae aequatur embado polygoniae.*

Propositio secunda

Peripheria polygoniae, quae est circumscripta circulo, est maior peripheria circuli et tanto plus, quanto habuerit pauciora latera. Contrarium, si circulo fuerit inscripta.

Tertia propositio

Inter rectas et circulares lineas minor illa, quae alteri subtenditur, et inter diversas illa subtensa, quae minor, minus exceditur ab illa, cui subtenditur.

Propositio quarta

Circulus aequalis peripheriae polygoniae est maior circulo inscripto eidem et minor circumscripto, et quanto polygonia fuerit plurium laterum, tanto illis similior.

Quinta propositio

Inter quancumque inscriptam polygoniam et circulum possunt cadere polygoniae maiores illi et minores circulo infinitae. Sic inter circumscriptam et circulum minores polygonia et maiores circulo.

Propositio sexta

Quadrangulus surgens ex multiplicatione semidiametri in semiperipheriam circuli nec maior nec minor est area circuli[152].

Septima propositio

Capacitas circuli excedit capacitatem omnium polygoniarum isoperimetrarum.

---

angulo in angulum, diameter est, quia in duo dividit. Fast möchte man meinen, es handle sich hier um ein psychologisches Nachbild, veranlaßt durch die vorausgehende Lektüre des Textes bei BRADWARDINE.

150 *Math. Schr.*[1], S. 73–78 =*Opera*[3] II, 2. Zählung, fol. 61r–62r.

151 Unter *linea prima* versteht Nikolaus den Halbmesser eines dem Vieleck einbeschriebenen Kreises. Dieses Vieleck wird stillschweigend als regelmäßig angesehen. Kennzeichnend ist das unvermittelte Auftreten des Wortes *embadum* für die Fläche, das sonst von Nikolaus gar nicht verwendet wird und deutlich auf BRADWARDINE zurückweist.

152 Dies ist der Hauptsatz der ARCHIMEDischen *Circuli dimensio*. Über deren zahlreiche lateinische Übersetzungen, deren eine oder andere Nikolaus bei Beginn seiner intensiveren mathematischen Studien vorgelegen sein wird – später hat er ja die Übersetzung des JAKOB von Cremona vor Augen gehabt – vgl. CLAGETT[76]. Der Satz ist jedoch auch in BRADWARDINE III, 6; *concl.* 5 *De quadratura circuli*; fol. C 3r E–C 3v A enthalten: *Area cuiuslibet circuli aequalis est tetragonismo sub medietate circumferentiae et medietate diametri contento.* BRADWARDINE fügt hinzu: *Suppono unam propositionem Archimenidis de mensura circuli et erit mihi petitio, quum eam demonstrare requireret maiorem tractatum quam sit istud capitulum et est ista propositio.*

Propositio octava
Capacitas trigoni isoperimetri est minima.
Nona propositio
Quanto polygonia talis plurium fuerit laterum, tanto capacior.
Propositio decima
In capaciori polygonia necesse est primam lineam esse longiorem et secundam[153] *breviorem.*

20. a) Zum Vergleich füge ich die isoperimetrischen Sätze bei BRADWARDINE an[154]:

Secunda conclusio
Omnium polygoniorum isoperimetrorum quod plurium est angulorum, maius est.
Tertia conclusio
Omnium polygoniorum isoperimetrorum et aequalis multitudinis angulorum maius est aequiangulum.
Quarta conclusio
Omnium polygoniorum isoperimetrorum aequae multitudinis laterum et aequalium angulorum maius est aequilaterum.
Quinta conclusio
Omnium figurarum isoperimetrarum circulus est maximus.

b) Wir kennen die Vorlage des BRADWARDINE: Es sind sieben Sätze, die in drei Oxforder Handschriften erhalten sind[155]:

Propositio prima
Praelibandum vero primum, quoniam isoperimetrorum, isopleurorum rectilineorum et circulis contentorum quod plurium est angulorum, maius est.
Propositio secunda
Dato anisocheli trigono circa eandem basem trigonum isoperimetrum et isochelem illi constituere.
Propositio tertia
Datis duobus trigonis duum aequalium laterum et isoperimetris et dissimilibus circa easdem bases duo trigona constituere duum aequalium laterum et similia et isoperimetra secundum coutrumque primis et demonstrare, quoniam similia coutraque esse maiora dissimilibus.
Propositio quarta
Si fuerint duo trigona orthogonia similia, quod a subtendentibus rectos velut ab uno aequale est eis, quae a reliquis ut ab uno utraque dualitate homologorum.
Propositio quinta
His demonstratis proponatur demonstrare, quod prius dictum est, quoniam isoperimetrorum et aeque multitudinis laterum rectilineorum maximum est, quod aequilaterum atque aequiangulum.
Propositio sexta
Hoc autem demonstrato demonstrabitur et, quod ex principio propositum est, propter quod et ista praelibata sunt: quoniam circulus omnium isoperimetrarum figurarum maximum est.

---

153 Unter *secunda linea* versteht Nikolaus den Halbmesser des dem regelmäßigen Vieleck umbeschriebenen Kreises.

154 *Geom. specul.*[13] II, 5; fol. B 3v–B 4v.

155 Oxford, *Bodleiana, Ms. Digby* 174, fol. 135r–136v und 178v–179r, ferner *Ms. auct. F.* 5. 28, fol. 105r–106v. Diese und mehrere andere von mir zu Rate gezogene Handschriften zeigen zahlreiche Randnoten und ziemlich viele Abweichungen vor allem in den Beweisen.

Propositio septima
Omnium isoperimetrorum solidorum maximum est sphaera.
Auf eine andere lateinische Fassung, herrührend von einer etwas abweichenden griechischen Vorlage, will ich hier nicht mehr eingehen, weil sie nichts grundsätzlich Neues gegenüber dem bisherigen enthält[156].

c) Es ist denkbar unwahrscheinlich, daß Nikolaus die schwierigen Sätze der ursprünglichen lateinischen Übersetzungen der Isoperimeter-Abhandlungen durchgearbeitet und verwendet hat. Vielmehr spricht alles dafür, daß er sich auf den Text des BRADWARDINE bezieht. Schon dieser hat gegenüber seiner Vorlage einen erheblichen gedanklichen Fortschritt erzielt: alles ist stark vereinfacht und auf diesem Wege weit besser zugänglich geworden, selbst wenn dabei zunächst einiges an Strenge gegenüber dem griechischen Original verlorengegangen ist. Der Aufbau, wie ihn dann Nikolaus in *De mathematicis complementis* gibt, bedeutet einen weiteren Schritt über BRADWARDINE hinaus.

21. Mit diesen Ausführungen möchte ich die vorliegende Studie abschließen. Sie will nicht mehr geben als eine *Vororientierung*, die der lateinischen Ausgabe vorausgehen muß. Ich glaube mit Bestimmtheit sagen zu können, daß sich Nikolaus in den Jahren um 1440 noch verhältnismäßig wenig mit geometrischen Einzelfragen befaßt und bestenfalls den Inhalt der ersten sechs planimetrischen Bücher der EUKLIDischen *Elemente* in stark vereinfachter Form überblickt hat. In den nachfolgenden Jahren hat er sich etwas genauer mit mathematischen Fachfragen beschäftigt und sich eingehend mit dem isoperimetrischen Problem auseinandergesetzt. Auf jeden Fall hat er nunmehr eine Reihe von Einzelsätzen aus EUKLID in der Fassung von ADELHARD-CAMPANUS entnommen – worauf erst bei der lateinischen Edition genau eingegangen werden soll – und auch im großen und ganzen richtig verwendet. Nun kennt er auch weitere geometrische Schriften, sicherlich vorzugsweise solche, die mit der Quadratur des Kreises zu tun haben, wie etwa die *Quaestio* des ALBERT von Sachsen[157] und »praktische Geometrien«, und vor allem die Isoperimeter-Abhandlung des BRADWARDINE. Hier scheint mir eine *unmittelbare* Beziehung vorzuliegen, während an anderen Stellen nur eine Abhängigkeit mit womöglich mehreren uns noch unbekannten *Zwischengliedern* anzunehmen sein wird. Wir sehen jedoch gleichzeitig, daß Nikolaus auch im *Mathematischen* als ein durchaus selbständiger Denker anerkannt werden muß. Nicht wörtliche Wie-

---

[156] Auch diese andere Variante enthält viele Abweichungen. Zur griechischen Vorlage vgl. Wilh. MÜLLER: *Das isoperimetrische Problem im Altertum*, in Sudhoffs Archiv f. Gesch. d. Mediz. u. d. Naturwiss. 37, 39–71 (1953).

[157] Vgl. Fußnote 99.

dergabe liegt ihm am Herzen, sondern gedankliche Durchdringung und Weiterbildung des Überkommenen. Trotz der Unvollkommenheit, die seinen Studien hinsichtlich der Kreisquadratur innewohnt, muß dieses Streben nach schöpferischer Vertiefung anerkannt werden. Daß Nikolaus bei seinen Untersuchungen nur das aus den Vorlagen entnimmt, was ihm besonders am Herzen liegt, und anderes beiseiteschiebt, ist sein gutes Recht. Daß er die Verfasser dieser Vorlagen verschweigt, auch wo er sie gekannt haben mag, ist sicherlich nicht böse Absicht, vielmehr der damalige literarische Brauch. Auch ist ja keineswegs alles erhalten, was an Studien aus seiner Feder oder an Abschriften auf seine Veranlassung hin entstanden ist. Deshalb tappen wir vielerorts im Dunkeln und können nur mühsam auf dem Wege über mehr oder weniger gesicherte *Mutmaßungen* versuchen, das Werden der mathematischen Vorstellungen des Nikolaus zu begreifen.

HINWEIS

In den hier wiedergegebenen Texten ist bis auf wenige Ausnahmen (*diffinitio, embodum, isocheles*) die *heute* übliche Orthographie lateinischer Wörter verwendet und die Interpunktion normalisiert. Die sämtlichen lateinischen *Texte* sind in *Petit kursiv* wiedergegeben; alsdann auftretende Buchstaben zur Kennzeichnung von Punkten sind, wie in den damaligen Texten allgemein üblich, durch Einschließen in Punkte kenntlich gemacht. Die erklärenden rein *fachlichen* Texte sind in *gewöhnlichem Petitsatz* abgedruckt. Hier erscheinen Punktbezeichnungen in Kursivdruck.

NAMEN- UND SCHRIFTENVERZEICHNIS

Das nachfolgende Register enthält einerseits die Namen und bei alten Autoren soweit wie möglich Lebensdaten unter Hinweis auf die Abschnitte (mit vorgesetztem A.) und die Fußnoten (mit vorgesetztem F.), in denen sie auftreten, anderseits die angezogenen Schriften (verkürzt mit Beifügung der Druckjahre in Klammern).

Fundorte von Handschriften