

MATHEMATISCHE TRADITION IN BYZANZ UND IHR FORTLEBEN BEI NIKOLAUS VON KUES

Von Nikolaus Stuloff, Mainz

Die vorliegende Untersuchung will einen Beitrag zur Frage nach dem Auftreten und der Fortführung des christlichen Neuplatonismus im Abendland des 15. Jahrhunderts liefern, und zwar hinsichtlich einer speziellen Teilströmung dieses Neuplatonismus, nämlich der spekulativen Zahlensymbolik und der Auffassung der Mathematik als eines hervorragenden Mittels zur Erkenntnis von Höherem. Bekanntlich haben die Pythagoreer, wie uns durch Aristoteles überliefert ist, eine Arithmologie betrieben, wobei sie Zahlen mit sittlichen Eigenschaften, wie Glück, Gerechtigkeit und so weiter oder mit einzelnen Gottheiten verglichen. Die Zahl war für sie das Wesen ($\alpha\upsilon\tau\acute{\alpha}\tau\eta\varsigma$) und der Anfang ($\alpha\rho\chi\eta$) aller Dinge¹. Eine charakteristische Aussage ist der folgende sich durch mehrere Jahrhunderte vererbte Satz: Die Einheit ist Ursprung und Anfang aller Zahlen, aber nicht selbst eine Zahl². Es handelt sich hier um Vorstellungen, die zusammen mit entsprechenden geometrischen Symbolismen, durch mehrere Entwicklungsphasen hindurch, in die christianisierte Welt Eingang fanden und uns im lateinischen Kulturbereich bei Nikolaus von Kues in reicher Fülle entgegentreten, mehrere Seiten seiner Schriften *De docta ignorantia* und *De coniecturis* füllend.

Es ist aber bezüglich seiner unmittelbaren Vorläufer in dieser Hinsicht noch einiges offen geblieben: Joseph Ehrenfried Hofmann hat hierzu in seinen anläßlich des Jubiläumjahres erschienenen Schriften³ wertvolle Hinweise geliefert, wonach als Quellen für mathematisch-symbolhafte Vergleiche Cusanus die Schriften des Pseudo-Dionysios Areopagita und Liber XXIV philosophorum zur Verfügung gestanden haben, und daß Nikolaus von Kues mit solchen Vorstellungen schon in Deventer oder in Köln bei der Lektüre der Schriften des Meister Eckhart in Berührung gekommen sei, was zu einer näheren Untersuchung der Fortführung dieser Tradition im abendländischen Raum Anlaß

¹ Vgl. ARISTOTELES, *Metaph.*, 987a, 19.

² Vgl. ARISTOTELES, *Metaph.*, 1015b, 16f; 1052a, 15f; 1087b, 5f.

³ J. E. HOEMANN, *Nikolaus von Kues – der unwissend-Wissende: Praxis der Mathematik*, (Köln) 6 (1964), 169–183; ders., *Nikolaus von Kues und die Mathematik: Schweizer Rundschau*, (Solothurn) 63 (1964), 398–403.

gibt. Ferner vertritt Paul Wilpert⁴ die Meinung von einer mit dem 12. Jahrhundert unterbrochenen Kontinuität des christlichen spekulativen Neuplatonismus (hier auch auf Ps.-Dionysios und außerdem auf Boëtius, Johannes Scotus Eriugena und die Schule von Chartres hinweisend), die dann Nikolaus von Kues nach dreihundert Jahren wieder aufnehme. Der Herausgeber der cusanischen Texte Raymund Klibansky hat in der Heidelberger Ausgabe (1932) von *De docta ignorantia* in dem »Wie die mathematischen Symbole für solchen Zweck anzuwenden sind« betitelten 12. Kapitel zu den cusanischen Worten: »Andere Kundige haben die hochgebenedeite Trinität mit einem Dreieck von drei gleichen und rechten Winkeln verglichen«, eine Anmerkung folgenden Inhaltes angefügt: »Die Gottheit wurde hinsichtlich der Ähnlichkeit mit dem gleichseitigen Dreieck zuerst von Xenokrates ..., darauf später von den Neuplatonikern (PROCLUS, *In I Eucl. elem.* 168, 14; PSELLUS, *De daemonum operatione* XI: PG 122, col. 844a) verglichen. Auf welchem Wege die pythagoreische Symbolik zu Cusanus kam, kann man nicht mit Sicherheit entscheiden«⁵. Die angeführten Zitate und insbesondere der Hinweis auf den Byzantiner Michael Psellos (1018–1079) gaben die Anregung dazu, nach einer weiteren Variante zur Beantwortung der anscheinend noch nicht befriedigend gelösten Frage nach dem Verbleib einer alten Tradition zu suchen, nun aber innerhalb des byzantinischen Kulturkreises. Es wird sich also darum handeln, dieser Frage, mit Psellos beginnend, insbesondere in der auf ihn folgenden, das heißt in der spätbyzantinischen Zeit nachzugehen; aber nicht nur um das Aufzeichnen einer eventuellen Kontinuität soll es hier gehen, es wird darüber hinaus zu zeigen sein, welche Ergebnisse die Aufnahme solcher Gedanken bei Cusanus selbst ausgelöst hat; es wird nämlich der Wandel der mathematisch-symbolischen Vorstellungen zum Fachmathematischen innerhalb der Gedankenwelt des Nikolaus von Kues selbst zu umreißen sein. Hierzu sollen einige charakteristische Auszüge aus byzantinischen und danach aus cusanischen Texten dienen.

I

Bereits in einem anonymen byzantinischen Text des beginnenden 11. Jahrhunderts, der früher Psellos zugeschrieben wurde, finden wir die neupythagoreischen beziehungsweise neuplatonischen Gedanken in folgender Form wieder: »Die Einheit ist keine Zahl, sondern Wurzel und Quelle der Zahlen.

⁴ P. WILPERT, *Die philosophiegeschichtliche Stellung des Nikolaus von Kues*: Schweizer Rundschau 63 (1964), 387–397.

⁵ *Doct. ign.* I, 12 (H I 25, ad 6ff).

Einmal eine Zahl ist von der Zahl nicht verschieden, wohl aber zweimal und dreimal die Zahl. Zweimal zwei ist mit zwei und zwei gleichwertig, was bei anderen Zahlen nicht vorkommt. Die Zahlen sind bald grad, bald ungrad, bald zusammengesetzt, bald einfach. Die Primzahlen können mittels einer Siebmethode erkannt werden. Es gibt vollkommene, mangelhafte und überschießende Zahlen. Zwischen Zahlen gibt es Verhältnisse. Zehn Analogien sind zu unterscheiden. Es gibt vieleckige und körperliche Zahlen⁶. Aus diesem Text spricht deutlich das Weiterleben des Pythagoreertums in Byzanz insbesondere hinsichtlich der Auffassung von der Einheit.

In der Zeit einer wissenschaftlichen und literarischen Blüte des Reiches im 11. Jahrhundert sehen wir das Erbe Platons in der Mathematik bei dem byzantinischen Staatsmann (später Ministerpräsident unter Michael VII.) und Leiter der philosophischen Abteilung der Universität Konstantinopel (ὑπατος τῶν φιλοσόφων) Michael Psellos vertreten, dem großen Universalisten, Politiker, Philosophen, Verfasser von medizinischen Schriften und anderen mehr, der von einer glühenden Liebe zur klassisch-griechischen Kultur erfüllt war und dabei gleichzeitig im Sinne der byzantinischen Geisteshaltung, insbesondere hinsichtlich der Auswahl des Stoffes, an der Lehre der Kirche festhielt. Eine Arithmologie finden wir bei ihm in der Schrift »Über Zahlen« (Περὶ ἀριθμῶν): »Meine Bewunderung war sehr groß, daß es eine physische Zahl gibt, die anders als die mathematische ist. Wenn du über die mannigfaltigen Arten der Zahlen Bescheid weißt, antworte mir über die gedankliche Zahl, über die substantische Zahl und über die figurierte. Es ist wahr, daß die gedachte Zahl das Höchste und Erste ist. Es wird betrachtet, daß die mathematische Zahl sich in allgemeinen Gedanken befindet... In den physischen Zahlen gibt es auch eine wirkende Ursache (αἰτία), die man in den fruchtbaren Zahlen, die in der Lebenserzeugung erscheinen, erkennen kann. Der in der Verschiedenheit und Ungleichmäßigkeit wirkende Ursprung (ἀρχή) zeigt eine in den Zahlen seiende, wirkende Ursache... Das Leben besteht aus Seele und Körper; nicht aber bestehen, wie die Pythagoreer das behaupten, Seele und Körper aus derselben Zahl. Jedoch ist die Seele eine Kubikzahl und der Körper eine Quaderzahl... Die Kräfte der Seele haben auch ein Verhältnis zu den Zahlen, weil die Einsicht (νοῦς) die Eins ist, das Wissen (ἐπιστήμη) und Denken (διάνοια) die Zwei, denn sie arbeiten mit Ursachen (αἰτίας), und die Einsicht weiß hierfür die Ursache. Die Flächenzahl ist eine Meinung (δόξα), die Körperzahl ist Sinneswahrnehmung (αἴσθησις)... Es gibt noch das Erste und Hauptsächlich-

⁶ Ψέλλου τῶν περὶ ἀριθμητικῆς σύνοψις, Paris 1538. Vgl. auch M. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik I*, Leipzig 21894, S. 472–473.

ste, was wir Gott nennen würden, der das Eine und die Drei ist, Anfang, Mitte und Ende, die (das heißt diese Drei) sich in gleicher Weise aus dem Einen entwickelt«⁷.

In diesem Text wendet sich Psellos insbesondere gegen eine Vereinheitlichung seitens der Pythagoreer, denen die Zahl als Substanz⁸ das Maß aller Dinge war; wir werden später zu einer analogen Stelle bei Nicolaus Cusanus kommen. Zunächst soll bei Psellos gezeigt werden, daß die Mathematik für ihn auch das gewesen ist, was sie schon für Platon und Proklos war, nämlich das Zwischenglied zwischen den körperlichen Dingen und den Ideen und gleichzeitig ein Mittel, um den Schüler zum logischen Denken anzuhalten. Wir lesen bei Psellos hierzu: »Es existiert eine Verbindung der vier mathematischen Wissenschaften, mit Hilfe derer wir in die theologische Theorie einzudringen pflegen«⁹. Dann führt er weiter aus, daß das Ziel der Mathematik in der Vielheit und Vielgestaltigkeit liege. Die Mathematik hat erstens einen praktischen Zweck; er ist ihr allernächster und ein rein physischer. Dann kommt zweitens der rein mathematische Zweck: die Mathematik ist hierbei eine notwendige Brücke, die ein jeder passieren muß, der von der Sinnenwelt zur Welt des Einsichtigen kommen will. Schließlich der dritte und letzte Zweck der Mathematik: dieser grenzt bereits an die Ideen; an diesen Zweck muß sich jede philosophische Seele klammern, die zur Schau des Geistigen gelangen will. Der Physik übergeordnet steht die Mathematik unter der Theologie, als der Wissenschaft der verständigen Wesen. Während die Physik an die Körper gebunden ist, führt uns die Mathematik zur Gewohnheit, über das Unkörperliche nachzudenken. Die Geometrie ist die Wissenschaft des Stetigen, die Arithmetik die des Unstetigen, was beweist, daß das gesamte All gleichzeitig stetig und unstetig ist¹⁰. Weiter schreibt Psellos: »Das ganze All wird durch die Arithmetik geteilt und durch die Geometrie zusammengefügt, und derselbe Kosmos ist sowohl geteilt als auch zusammengesetzt... Wenn uns nun das Wichtigste die Kenntnis des Seienden ist, so ist das demjenigen unmöglich, der die mathematischen Wissenschaften nicht studiert hat, wovon die wichtigsten Kapitel die Arithmetik und die Geometrie sind«¹¹. In diesem Psellostext sind insbesondere drei Erkenntnis-

⁷ Περὶ ἀριθμῶν: *Memoires Scientifiques* IV, Sciences exactes chez les Byzantins, ed. P. TANNERY, Toulouse-Paris 1920, S. 270–274.

⁸ Vgl. ARISTOTELES, *Metaph.*, 1053 b, 11.

⁹ M. PSELLUS, *De operatione daemonum*, ed. FR. BOISSONADE, Nürnberg 1838, unveränderter Nachdruck, Amsterdam 1964, S. 160f.

¹⁰ Vgl. B. TATAKIS, *La Philosophie Byzantine*: E. Bréhier, *Histoire de la Philosophie*, Paris 1959, S. 196.

¹¹ Siehe Anm. 9.

stufen innerhalb der Mathematik unterschieden, wobei die Mathematik stets aber ein Mittel bleibt und die erwähnten Stufen dazu dienen, zu höheren Erkenntnissen zu gelangen, die aber selbst schließlich nicht mathematischer Natur sind. Psellos begründete eine Schule, wo im Rahmen der Auseinandersetzungen zwischen Platon und dem Christentum die Mathematik in solcher Stellung als Hilfswissenschaft für theologisch-philosophische Betrachtungen verblieb, ja sie blieb es im Wesentlichen auch die ganze Folgezeit bis zum Untergang des Reiches. B. Tatakis bemerkt hierzu, daß mit Psellos die Mathematik einen Platz wieder einnimmt, der ihr innerhalb des byzantinischen Christentums zukommt¹².

Der Nachfolger des Psellos an der Universität Konstantinopel als ὑπάτος τῶν φιλοσόφων wurde sein Schüler Johannes Italos (geb. 1025), ein bedeutender byzantinischer Philosoph, der daselbst ebenfalls den Geist Platons und der Neuplatoniker wirken ließ. – Ein stark ausgeprägter Neuplatonismus tritt uns in Byzanz schließlich in dem 1451 gestorbenen Verehrer Platons und der gesamten Antike, Georgios Gemistos Pleton wieder entgegen, mit dem ja Nikolaus von Kues 1437/38 auf der Seefahrt von Konstantinopel nach Italien in Berührung gekommen sein muß.

Gegen Ende des 13. Jahrhunderts wurden in der auf Psellos folgenden Periode in Byzanz die indischen Ziffern eingeführt durch den aus Nikomedeia stammenden gelehrten Mönch Maximos Planudes (1255–1305). Das von ihm geschriebene Handbuch »Arithmetik nach indischer Methode« (ψηφοφορία κατ' Ἰνδοῦς) beginnt mit den Worten: »Da die Zahl das Unendliche umschließt, aber eine Erkenntnis des Unendlichen nicht möglich ist, so haben hervorragende Denker unter den Astronomen eine Methode gefunden, wie man Zahlen beim Gebrauch übersichtlicher und genauer darstellen kann. Solcher Zeichen gibt es nur neun und zwar folgende 1 2 3 4 5 6 7 8 9. Man fügt auch ein anderes Zeichen hinzu, was Tziphra genannt wird und bei den Indern das Nichts darstellt. Auch jene neun Zeichen stammen von den Indern. Die Tziphra wird folgendermaßen geschrieben o.«¹³. Weiter folgen in seinem Buche elementare Rechnungen mit den vier Spezies und Methoden, um Wurzeln zu ziehen. Es ist dies also kein philosophisches Werk, sondern ein Rechenbuch. Aus den soeben zitierten Worten spricht aber wiederum ein arithmologischer Aspekt, der uns noch deutlicher in dem folgenden Text entgegentritt, den der Herausgeber des ahmen, und ebenso wie diese, sind sie erleuchtet durch das erste und ewige

¹² TATAKIS, *La philosophie Byzantine*, S. 197.

¹³ M. PLANUDES, *Arithmetik nach indischer Methode*, hrsg. von C. J. GERHARDT, Halle 1865; dt. von H. WAESCHKE, Halle 1878. Vgl. auch CANTOR, *Vorlesungen*, S. 476–477.

genannten Handbuches, der Byzantiner Nikolaos Rhabdas von Smyrna, mit dem Beinamen Artabasdos (auch als der »Arithmetiker und Geometer« bezeichnet) um 1340 in seinem für praktische Zwecke gedachten arithmetischen Brief bei der Behandlung der Progression der Zahlen schrieb: »Es ist sehr wichtig, die Ordnung der Progression der Zahlen zu behandeln. Es gibt neun Ordnungen der Zahlen, die die Neunerzahl der überirdischen Wesen nach Licht, somit erhalten die Zahlen, gezeugt durch die Einheit, ihre Größe gemäß ihrer Ordnung, die ersten an der ersten Stelle, die letzten an der letzten Stelle. Wir sagen, daß alle gezeugt werden durch die Einheit; in der Tat, diese ist keine Zahl, sondern Erzeugende der Zahlen, sie ist wie die Quelle, der Ursprung, der Ausgangspunkt für alle Vielheit, und somit ist sie wie das Abbild der Gottheit; wenn man uns fragt, was eine Zahl ist, so antworten wir: eine Anhäufung (σωρεία) von Einheiten oder eine Addition (σύνθεσις) der Einheit«¹⁴. Hier kehrt sowohl der Gedanke über die Einheit des vorhin zitierten anonymen Manuskriptes aus dem 11. Jahrhundert¹⁵ wieder, nun aber bei Rhabdas viel weiter entwickelt, als auch der bei Psellos in seinem *Περὶ ἀριθμῶν* vorkommende Vergleich der Einheit mit dem Göttlichen«¹⁶. Rhabdas fährt fort: »Die erste von allen Ordnungen ist diejenige der monadischen Zahlen, die zweite diejenige der dekadischen, die dritte der hekatontadischen ... die neunte der myriadischen Myriaden. Von hier ab gibt es keine Ordnung der Zahlen mehr«¹⁷. Demnach ist für Rhabdas die größte Zusammenfassung 1 Myriade mal 1 Myriade = 100 Millionen. An diesen Text anschließend stellt Rhabdas konkrete Rechenregeln auf, wie man mit Zahlen umzugehen hat, es ist also auch dieses kein philosophisches, vielmehr ein für kaufmännische Zwecke gedachtes Werk.

Ein weiteres Beispiel für den Fortbestand pythagoreischer Zahlensymbolik findet sich in Byzanz zu etwa gleicher Zeit (in der ersten Hälfte des 14. Jahrhunderts) bei dem Diakon und Chartophylax Johannes Pediasimos, ebenfalls einem ὑπατος τῶν φιλοσόφων und Aristoteleskommentator: »Es würde uns für die pythagoreische Philosophie von Nutzen sein, daß Pythagoras die Dinge Zahlen nennt«¹⁸, weiter sucht Pediasimos die Frage, warum 7-Monats- und 9-Monats-Kinder am Leben bleiben, während 8-Monats-Kinder nicht lebens-

¹⁴ *Περὶ τῆς τῶν ἀριθμῶν ἀναλογίας καὶ τάξεως*: *Memoires Scientifiques* IV, ed. TANNERY, S. 102, Z. 10–20.

¹⁵ Siehe Anm. 6.

¹⁶ Siehe Anm. 7.

¹⁷ Siehe Anm. 14.

¹⁸ *Diophanti Alexandrini Opera omnia cum graecis commentariis* II, *Anonymi prolegomena*, ed. P. TANNERY, (Teubner) Leipzig 1895, S. 74.

fähig sind, dadurch zu beantworten, daß ja die Zahlen 7 und 9 ungerade sind, während die 8 eine gerade, dazu eine unvollkommene Zahl ist¹⁹.

Es sei an dieser Stelle bemerkt, daß im späten Byzanz, in der Zeit der Palaiologen, gerade die exakten Wissenschaften, so zum Beispiel die Astronomie, eine bedeutende Blüte erlebt hatten.

In diese Zeit gehört ferner ein großer Nacheiferer der Pselloschen Geisteshaltung²⁰, Theodoros Metochites (1260–1332), ein Großlogothet (Kanzler unter Andronikos II.), einer der bedeutendsten Polyhistoren des späten Byzanz, der sich 1328 in das Kloster τῆς χώρας in Konstantinopel zurückzog. Nach dem Studium der klassischen mathematischen Autoren erkannte Metochites die hervorragende Bedeutung der Mathematik, speziell der Arithmetik: »Der sehr weise Platon und der nicht weniger weise Pythagoras betrachten die Zahl nicht nur als das Wesen des Seienden, sondern auch aller mathematischen Wissenschaft und der mathematischen Denkweise«²¹. Metochites reiht sich hier also, wie Peditasimos, bewußt ein in die pythagoreische Tradition. Er führt aus, daß jede Zahl durch die Einsicht in gleicher Weise von allen Menschen begriffen wird, obwohl man sie durch verschiedene Worte bezeichnet; die Zahl ist die ursprüngliche Natur aller Wesen, die Grundlage aller in der Materie verkörpert Dinge, ebenso der mathematischen Wissenschaft selbst²². – Seine Einstellung zur Mathematik als einem hervorragenden Mittel zur Erforschung der Wirklichkeit erfahren wir aus seinem Gedicht: »Über die Mathematik, einem Zweig der Philosophie, und speziell über die Harmonie« (Περὶ τοῦ Μαθηματικοῦ εἶδους τῆς φιλοσοφίας καὶ μάλιστα περὶ τοῦ Ἀρμονικοῦ), wo er, in Fortführung des Psellos'schen Gedankens, den Gegenstand der Physik demjenigen der Mathematik gegenüberstellt und sagt, daß der Stoff höchst unbeständig und Veränderungen unterworfen sei, während die Mathematik unveränderlich und ihre Ergebnisse gewiß seien²³, denn: »Ihr Gegenstand ist eine Materie, die keinen Veränderungen unterworfen ist...«²⁴. Ebenso die absolut exakte Erforschung und die Einsicht in die Wirklichkeit: Dies ist das Ziel, welches beide (Wissenschaften) an ihre Anstrengungen knüpfen, und es gelingt ihnen, diese

¹⁹ Vgl. TATAKIS, *La philosophie Byzantine*, S. 243.

²⁰ Über den Pselloschen Einfluß auf Metochites vgl. TATAKIS, *La philosophie Byzantine*, S. 250 u. 253.

²¹ *Theodori Metochitae Miscellanea*, ed. G. MÜLLER – TH. KIESSLING, Leipzig 1821, S. 100.

²² Vgl. TATAKIS, *La philosophie Byzantine*, S. 251.

²³ Vgl. R. GUILLAND, *Les poésies inédites de Theodore Metochite*: Byzantion, (Bruxelles) 3 (1926), 288–294.

²⁴ *Cod. Paris. gr. 1776* (1453), fol. 119^r–125^r, 128^r–153^v; *Cod. Paris. gr. 2751* (1541), fol. 84^v–101^r. Zitat: Vers 45.

Anstrengungen zu machen»²⁵. Weiter führt er aus, daß die Mathematik stets der Physik übergeordnet ist, weil jene sich mit präziseren Tatsachen befaßt, und daß ohne Mathematik das All nicht bestehen könnte und ferner, daß die Zahlen stets in der Materie verkörpert erscheinen: »Niemals sind sie von ihr getrennt, man kann sie sich nicht denken als Dinge, die ein reines Sein besitzen und nicht stofflich sind, sie hören nicht auf, in ihr (der Materie) verkörpert zu sein«²⁶. Metochites sagt dann weiter, daß man eine wirkliche Anstrengung durchführen muß, um die Zahlen aus der Materie herauszugreifen und bis zu ihnen vorzudringen. Die Mathematik ist für Metochites das Produkt einer äußersten Abstraktion. – Hier ist auffallend eine von der platonischen Konzeption abweichende Einstellung zu den Zahlen, die hier also nicht als Ideen²⁷ auftreten, sondern durch einen Abstraktionsprozeß gewonnen werden. Es erinnert dies an die aristotelische Abstraktionstheorie²⁸, geht sogar in der Formulierung bezüglich der Zahlen als Produkt einer Abstraktion über Aristoteles hinaus und bestreitet wie dieser das An-sich-Sein der Zahlen²⁹. Abschließend sei erwähnt, daß Metochites den oben genannten spätbyzantinischen Neuplatoniker Georgios Gemistos Plethon beeinflusst hat³⁰.

Die angeführten Beispiele zeigen, daß in der spätbyzantinischen Zeit die Tradition des christlichen Neuplatonismus, hinsichtlich der mathematischen Symbolik und der Stellung der Mathematik als einer ausgezeichneten Hilfswissenschaft nicht nur wachgeblieben ist, sondern sich weiter entwickelte und somit einen breiten Träger für ihre Weitergabe darbieten konnte. Einschaltend sei an dieser Stelle bemerkt, daß die byzantinische Mathematik ihrem eigenen Charakter gemäß – auf den hier nicht eingegangen werden soll – fast das gesamte byzantinische Jahrtausend hindurch sich von einer Fachwissenschaft, die die Erschließung neuer rein mathematischer Forschungsergebnisse zum ausdrücklichen Ziele hat, recht deutlich unterscheidet.

II

Bei der Frage nach den mathematischen Quellen, auf die Nikolaus von Kues zurückging, ist man bekanntlich vielfach auf den Vergleich seiner Texte mit

²⁵ Ebd., Vers 50–52.

²⁶ Ebd., Vers 256–257; vgl. auch GUILLAND, *Les poésies inédites*, S. 290.

²⁷ Vgl. PLATON, *Phaidon*, 100 C und 101 C.

²⁸ ARISTOTELES, *Phys.*, 193 b, 22–194 a, 12.

²⁹ ARISTOTELES, *Metaph.*, 1077 b, 12.

³⁰ Vgl. TATAKIS, *La philosophie Byzantine*, S. 289 u. 292; siehe auch G. SARTON, *Introduction to the History of Science III*, Baltimore 1947, S. 684.

den Wortlauten seiner Vorgänger angewiesen, da er manche der letztgenannten nicht nennt. Es werden im folgenden einige Auszüge aus cusanischen Texten wiedergegeben, die auf die Rezeption einer Tradition hindeuten, welche im späten Byzanz sicher bestanden hat.

Zunächst zur Arithmologie. Die Auffassung der Einheit als Ursprung, nicht aber als Zahl, wie wir das vorhin im anonymen byzantinischen Manuskript des 11. Jahrhunderts und bei Nikolaos Rhabdas (14. Jahrhundert) – bei dem letztgenannten zugleich in Verbindung mit dem Göttlichen – antrafen, finden wir bei Nikolaus von Kues in differenzierterer Form wieder in *De docta ignorantia*, einer Schrift, zu der ihm ja die Gedanken während der oben erwähnten Seereise von Konstantinopel nach Italien kamen: »Die Einheit kann aber nicht Zahl sein, da die Zahl ein Mehr zuläßt und daher keineswegs das schlechthin Größte und Kleinste sein kann. Die Einheit ist vielmehr Ursprung aller Zahl, weil das Kleinste; Ende aller Zahl, weil das Größte. So ist die absolute Einheit, der nichts entgegengesetzt ist, die absolute Größe selbst, die Gott ist. Da diese Einheit die größte ist, kann sie nicht vervielfältigt werden, denn sie ist alles, was sein kann. Sie kann also nicht selbst Zahl werden«³¹. Über das Benennen der Einheit als Gott und den Vergleich mit der Trinität (ähnlich wie bei Psellos) lesen wir in *De coniecturis*: »Das Wesen der Zahl ist das erste Urbild des Geistes, in welchem die Dreifaltigkeit oder Dreieinigkeit als Einheit der Vielfalt sinnbildlich vorgeprägt ist... Über die vier Einheiten... Aus der Zahlenlehre erkennt er (das heißt der Geist) diese Einheit als eine vierfältige: die erste ist absolut einfach, die zweite ist die Basiszahl der folgenden, die dritte deren Quadrat, die vierte deren Kubierung. So steht am Anfang des Zahlensystems die einfachste Einheit, es folgt die Zehn als Wurzel der Progression, deren Quadrat die Hundert und deren Kubikzahl die Tausend ist... Diese geistigen Einheiten mit Worten statt mit Zahlen benannt, heißen: Gott, der höchste und absolut einfache Geist; Vernunft, die weiter nicht radizierbare Wurzel; Seele, die Potenzierung der Vernunft zu individueller Bestimmtheit; Körper schließlich, die massive, nichts weiter mehr enthaltende Ausschöpfung des Prinzips«³². Im selben Buch treffen wir auch die Gedanken über die Zahl als ursprüngliche Natur der Dinge wieder, die uns bei Theodoros Metochites begegnet sind: »Das Symbol für das Urbild der Dinge ist die Zahl. Der naturgemäße Keimgrund, aus dem der Geist seine Leistungen hervorbringt, ist die Zahl; ... Nichts kann ursprünglicher sein als die Zahl, denn alles andere setzt sie voraus... Und wir sagen, daß im Geiste des Schöpfers das erste Urbild der Dinge selbst Zahl

³¹ *Doct. ign.* I, 5 (H I 25, 22–28)...

³² *De coni.* I, 4 u. I, 6 (P I, fol. 42^v–43^r).

gewesen sei, so wie die aus unserer Vernunft entspringende Zahl das Prinzip der ihr gemäßen geistigen Welt ist«³³. Darüber, daß die Verschiedenheit auf der Zahl beruht (Psellos) und daß ohne Zahl die Vielheit des Seienden aufhört, schreibt Nikolaus von Kues in *De docta ignorantia*: »Weil aber alles die größte ihm mögliche Vollkommenheit besitzt, beruht die Vielfalt des Seienden auf der Zahl; denn wenn die Zahl aufgehoben ist, hören Sonderung, Ordnung, Beziehung und Harmonie der Dinge, ja sogar die Vielfalt des Seienden auf«³⁴. Der bei Psellos dargestellte Zusammenhang der Zahlen mit der Zeugung kehrt bei Nikolaus von Kues in ausführlicher Form wieder, ebenso wie die bei Rhabdas enthaltene Erzeugung der Zahlen aus der Einheit: »Über die Zeugung der Gleichheit aus der Einheit sieht man klar, wenn man darauf achtgibt, was Zeugung heißt. Zeugung ist nämlich Wiederholung der Einheit oder Vervielfältigung desselben Wesens, das vom Vater auf den Sohn übergeht. Diese Art der Zeugung findet man allein bei den vergänglichen Wesen. Die Zeugung der Einheit aus der Einheit aber ist eine einzige Wiederholung der Einheit, das heißt die Einheit einmal. Wenn ich die Einheit zweimal oder dreimal oder weitere Male setze, wird sie etwas anderes aus sich erzeugen, nämlich die Zwei oder Drei oder weitere Zahlen. Die einmal wiederholte Einheit aber erzeugt nur die Gleichheit mit der Einheit; das kann nur so verstanden werden, daß die Einheit Einheit zeugt. Diese Zeugung ist ewig«³⁵. Das Verhältnis von Begriffen wie Einsicht, Seele, Körper usw., zu den Zahlen erscheint bei Nikolaus in gewisser Analogie zu Psellos wieder in *De coniecturis*: »Die Seele verhält sich zur Einsicht, wie die Quadratzahl zu ihrer Basiszahl. Denn wie die Einsicht im Verhältnis zu jener höchst-einfachen Einheit Gottes Zahl war, so entfaltet sich auch die Einheit der Einsicht in der Seele als Bestimmtheit der Zahl und spiegelt sich in der Seele als ihrem Nachbilde ... Hierauf ist besonders zu achten, weil dann auch die Gestalt des Leibes als Entfaltung der Einheit der Seele in der Zahl verstanden werden kann ... Jeder Körper ist also Zahl einer Seele, kraft deren Einheit er als bestimmte Größe erscheint. Nun ist aber nicht die Seele die Kubikwurzel der Körper, sondern die Einsicht; die Seele ist ein Mittleres und Vermittelndes, durch welches die wurzelhafte Einsicht in die Körperwelt herab gelangt. Sie ist das Werkzeug der Einsicht und so das Prinzip der Körperwelt. Die Hundert stellt ja die Seele, die Tausend den Körper vor; die Tausend aber kommt zustande durch Multiplikation der Zehn mit der Hundert, also der Einsicht mit der Seele«³⁶. Die Psellossche Auffassung, daß die Flächenzahl

³³ *De coni.* I, 4 (P I, fol. 42^{r-v}).

³⁴ *Doct. ign.* I, 5 (H I 12, 3-6).

³⁵ *Doct. ign.* I, 8 (H I 17, 13-22).

³⁶ *De coni.* I, 9 (P I, fol. 44^v).

(das heißt die Zahl, die einen Flächeninhalt darstellt) in den Bereich des Geistigen, während die Körperzahl (das heißt die Zahl, die den Rauminhalt eines Körpers darstellt) in den Bereich der Sinneswahrnehmungen gehört, tritt uns bei Cusanus in dem zuletzt zitierten Buch entgegen, wo er zunächst eine Zuordnung seiner (oben aufgeführten) vier Einheiten zu geometrischen Gebilden herstellt: »Die wahrnehmbare körperliche Einheit ist jene, die durch die Zahl Tausend vorgestellt wurde. Sie ist die letzte Einheit, weil in ihr das Prinzip der Einheiten voll entfaltet und ausgeschöpft ist. Sie ist fest und pure Zusammenfügung. Um den Begriff der vier Einheiten noch deutlicher werden zu lassen, bedenkt folgende Unterscheidung: die erste Einheit kann als die des Punktes verstanden werden, die zweite als die der geraden Linie, die dritte als die der ebenen Fläche, die vierte als die des regelmäßigen Körpers. Ihr seht nun klarer, wie die Einheit des Punktes in denen der Linie, der Fläche und des Körpers enthalten sein muß, die Einheit der Linie aber in der der Fläche und der des Körpers, die der Fläche schließlich in der des Körpers. Die ersten drei Einheiten sind nur für den Geist erfaßbar und unterscheidbar, der allein Punkt, Linie und Fläche begrifflich aufnimmt; die Sinne berühren nur das Körperliche«³⁷. Man sieht hier gleichzeitig ein Analogon zu dem bei Rhabdas ausgesprochenen Vorhandensein einer letzten Ordnung der Zahlen. Schließlich wendet sich Nikolaus, wie es ja auch Psellos getan hatte, gegen eine pythagoreische Vereinheitlichung; hier gegen die Auffassung von substantialisierten Zahlen als Wesen aller Dinge, also auch der Sinnendinge: »Und wenn die Pythagoreer und alle die anderen so überlegt hätten, so hätten sie klar sehen müssen, daß die mathematische Begriffswelt und die Zahlen, die aus unserem Geiste hervorgehen und von der Art sind, in der wir unsere Begriffe bilden, für Sinnendinge nicht Substanzen oder Prinzipien sein können, sondern nur für Verstandesdinge, von denen wir die Schöpfer sind«³⁸.

Man sieht anhand dieser Auszüge eine vertiefte arithmologische Betrachtungsweise, deren Keime in den spätbyzantinischen Texten recht deutlich auf die Möglichkeit einer Übernahme dieser Tradition durch Nikolaus von Kues hinweisen.

Auch für Nikolaus von Kues war die Mathematik im Sinne der neuplatonischen Tradition, wie für Psellos und Metochites, eine ausgezeichnete Hilfswissenschaft zur höheren Erkenntnis.

Nikolaus suchte, ähnlich wie Psellos, mit ihrer Hilfe zum Wissen vom Göttlichen zu gelangen, dabei bemerkend, daß dies dem mathematisch Unkundigen

³⁷ *De coni.* I, 10 (P I, fol. 45^r).

³⁸ *Beryl.* c. 32 (H XI/1 42, 6–10).

unmöglich sei. Wir erfahren wieder aus dem ersten Buch *De docta ignorantia*: »Die Mathematik hilft uns am meisten, die Andersartigkeit des Göttlichen zu begreifen... Daher haben die Weisen Beispiele für Dinge, die nur mit der Vernunft zu erforschen sind, mit Recht aus dem mathematischen Bereich genommen; und keiner der Alten, sofern er für bedeutend gehalten wird, ist an schwierige Probleme anders als mit einem mathematischen Vergleich herangegangen. Daher konnte Boëthius, der größte Gelehrte unter den Römern, behaupten, das Wissen vom Göttlichen sei für den mathematisch ganz Ungebildeten unerreichbar. Hat nicht Pythagoras, der erste Philosoph dem Namen und der Sache nach, die gesamte Erforschung der Wahrheit auf die Mathematik begründet? Die Platoniker und die ersten christlichen Philosophen sind ihm darin soweit gefolgt, daß Augustinus und nach ihm Boëthius behaupteten, das ursprüngliche Bild der zu schaffenden Dinge in Gottes Vernunft sei ohne Zweifel die Zahl gewesen«³⁹. Hier beruft sich also Nikolaus, wie auch Pediasimos und Metochites, expressis verbis auf die pythagoreische beziehungsweise platonische Tradition. Wir finden ferner den Metochitesschen Gedanken von der Unbeständigkeit der Materie und von der Gewißheit der mathematischen Gegenstände im selben Kapitel des soeben zitierten Buches: »Alles Sinnliche aber ist, aufgrund der in ihm überschießenden Möglichkeit der Materie, in fortwährender Unbeständigkeit. Wenn man aber abstraktere Gegenstände als jene betrachtet, nämlich solche, die zwar nicht völlig der materiellen Beimengung entbehren, ohne die sie sich nicht vorgestellt werden können, aber auch nicht nur einem vagen Möglichkeitsdenken zugrunde liegen, so sehen wir, daß es solche von höchster Beständigkeit und für uns von höchster Gewißheit gibt. Von dieser Art sind die mathematischen Gegenstände... Können wir uns dem Göttlichen auf keinem anderen Wege als durch Symbole nähern, so werden wir uns am passendsten der mathematischen Symbole bedienen, denn diese besitzen unzerstörbare Gewißheit«⁴⁰. Gleichzeitig offenbart dieser Text eine Auffassung wie die des Metochites, daß die Gegenstände der Mathematik von der Materie niemals völlig getrennt sind und daß es sich dabei um »abstraktere« Gegenstände handelt. Metochites sprach in diesem Zusammenhang von Zahlen, diese sind aber ersichtlich bei Nikolaus in den »mathematischen Gegenständen« miteinbegriffen, wie das aus dem zuvor zitierten Text desselben Kapitels folgt. Schließlich lesen wir über die Beziehung der Mathematik zum All noch ausführlicher als im Pselloschen Text bei Nikolaus im zweiten Buch *De docta ignorantia*: »Gott hat sich zugleich der Arithmetik, der Geo-

³⁹ *Doct. ign.* I, 11 (H I 22, 2–23, 12).

⁴⁰ *Doct. ign.* I, 11 (H I 22, 2–24, 9).

metrie, der Musik und der Astronomie bei der Erschaffung der Welt bedient; daher bedienen auch wir uns dieser Wissenschaften, wenn wir die Masse der Dinge, Elemente und Bewegungen erforschen. Mit Hilfe der Arithmetik hat er nämlich alles zueinander gefügt, mit Hilfe der Geometrie gestaltet; daraus haben die Dinge Festigkeit, Beständigkeit und Beweglichkeit nach ihrer jeweiligen Beschaffenheit erlangt...⁴¹. Wir sehen hier, in methodischer Ähnlichkeit zu Psellos, daß der Arithmetik und der Geometrie im Kosmos jeweils verschiedene Funktionen zugeteilt werden, wenngleich auch diese Funktionen bei beiden Autoren sich nicht decken.

Auch diese Textproben über die Mathematik als hervorragendes Mittel zum Aufstieg zum Höheren zeigen das Vorhandensein von Vorläufern im späten Byzanz. Aber nicht nur, daß dieser Aspekt bei Nikolaus von Kues in voller Ausprägung wieder auftritt, die Mathematik wird dadurch für ihn schließlich – und hier erscheint das Abendländische – zu einer reinen Fachwissenschaft, mit der man sich eigens befassen mußte, was Nikolaus dann ja auch in Angriff nahm.

III

Nikolaus von Kues bleibt nicht stehen bei solchen arithmologischen Betrachtungen und bei der Mathematik allein als Hilfswissenschaft. Wiederum im ersten Buch *De docta ignorantia* lesen wir: »Man kommt also durch Aufstieg in der Zahlenreihe zu einer faktisch größten Zahl, denn jede Zahl ist endlich; dennoch gelangt man nicht zu einer größten Zahl in dem Sinne, daß es über sie hinaus keine größere geben kann, denn diese wäre unendlich. Daher liegt es auf der Hand, daß der Aufstieg in der Zahlenreihe in der Wirklichkeit eine Grenze hat, in der Möglichkeit aber immer weiter geht«⁴². Hier liegt also bereits ein Keim für eine approximationsmathematische Methode, für die Möglichkeit einer Annäherung. Diesen Gedanken entwickelt nun Nikolaus weiter, indem er ihn schließlich auf ein rein mathematisches Problem anwendet, nämlich auf das von der Antike ungelöst überlieferte Problem der Kreisquadratur. Er schreibt in demselben Buch: »Die endliche Vernunft kann daher durch Ähnlichkeit die Wahrheit der Dinge nicht genau erreichen. Denn die Wahrheit ist kein Mehr oder Minder, sondern unteilbar. Was nicht das Wahre selbst ist, kann sie ebenso wenig genau ausmessen, wie der Nicht-Kreis den Kreis, dessen Sein unteilbar ist. Die Vernunft, die nicht die Wahrheit ist, be-

⁴¹ *Doct. ign.* II, 13 (H I 110, 23–28).

⁴² *Doct. ign.* I, 5 (H I 12, 9–13).

greift daher die Wahrheit niemals so genau, daß sie nicht noch unendlich genauer begriffen werden könnte. Sie verhält sich zur Wahrheit wie das Vieleck zum Kreis: je mehr Ecken das Vieleck besitzt, um so ähnlicher wird es dem Kreis; aber selbst, wenn die Zahl der Ecken ins Unendliche vermehrt wird, wird es doch nie dem Kreis gleich sein, es sei denn, es ginge in Wesenheit mit dem Kreis über⁴³. In diesem Text erscheint die Mathematik zuerst zwar noch als Hilfswissenschaft, aber im letzten Satz wird der approximationsmathematische Ansatz schon recht deutlich, als davon die Rede ist, daß durch die Vermehrung der Ecken das Vieleck einem Kreise ähnlicher wird. – Nikolaus hatte im Anschluß daran bekanntlich 12 mathematische Schriften verfaßt, die in der Zeit von 1445 bis 1459 entstanden und das Quadraturproblem zum Gegenstand haben⁴⁴.

Cusanus betrachtete unter anderem den Kreis als ein Vieleck, ein Polygon mit unendlich vielen Ecken: »Es gibt mehrere Methoden, die Durchmesser ... leicht aufzufinden aus dem Wissen, daß das flächengrößte Vieleck von unendlicher Seitenzahl mit dem Kreis zusammenfällt⁴⁵. Dieser von Nikolaus an mehreren Stellen⁴⁶ ausgesprochene Gedanke war nun für das Abendland eine neue mathematische Betrachtungsweise, denn wir finden ihn in dieser expliziten Form bei keinem der früheren Autoren. Er konnte damit nun auch Ergebnisse erzielen, fußend auf der vorhin besprochenen Möglichkeit des Aufwärtssteigens in der Zahlenreihe, was er jetzt auf die Anzahl der Ecken eines Polygons anwandte. In seiner mathematischen Erstlingsschrift heißt es: »Unter allen isoperimetrischen Figuren hat bekanntlich das Dreieck die kleinste Fläche. Da eine isoperimetrische Figur um so mehr Fläche einschließt, je mehr Winkel sie hat, wird der Kreis unter allen isoperimetrischen Figuren die größte Fläche haben. Durch Vervielfachen des Winkels kann man ihn nicht erreichen, wie man auch bei einer Zahl nicht zu einem Maximum kommen kann⁴⁷. Das besagt offenbar, daß man also durch Vergrößerung der Eckenzahl eines Polygons den Kreis zwar nie erreichen, sich ihm aber nähern kann, ein Gedanke, der Nikolaus veranlaßt hatte, wiederholte Versuche einer näherungsweisen Kreisquadratur auszuführen: Es wird damit die Wende zum Fachmathematiker sichtbar.

In Analogie zu Psellos sehen wir bei Nikolaus von Kues ebenfalls drei Erkennt-

⁴³ *Doct. ign.* I, 3 (H I 9, 10–20).

⁴⁴ NIKOLAUS VON KUES, *Die mathematischen Schriften*, dt. von J. HOFMANN, mit Einf. und Anm. von J. E. HOFMANN: Phil. Bibl. 231 (1952).

⁴⁵ *Dialogus de circuli quadratura*; *Die mathematischen Schriften*, S. 149.

⁴⁶ Z. B. *Complementum theologicum*, c. 5.

⁴⁷ *De geometricis transmutationibus*; *Die mathematischen Schriften*, S. 5.

nisstufen: *sensus*, *ratio* und *intellectus*, eine jede derselben wird bei ihm im Licht der nächsthöheren Stufe als eine unvollkommene erkannt, wie er das im zweiten Buche *De coniecturis* darstellt⁴⁸. Diese Unterscheidungen sind nun aber bei Cusanus nicht nur ein Mittel zum Erlangen anderer nichtmathematischer Einsichten, wie das ja schließlich bei Psellos der Fall ist, vielmehr wendet Nikolaus diese Einteilung – ganz im soeben erwähnten Sinne einer Fachwissenschaft – nun auf die Mathematik selber an: »Aber wie ist es mir möglich, das Verhältnis einer beliebigen gegebenen Sehne zu ihrem Bogen zu kennen, da zwischen diesen wesentlich verschiedenen Größen kein in Zahlen angebbares Verhältnis besteht? Es wird also nötig sein, zum geistigen Schauen (*visus intellectualis*) zurückzukehren; es sieht, daß eine allerkleinste, aber nicht mehr angebbare Sehne mit dem Bogen zusammenfällt«⁴⁹. Durch diese Einteilung der mathematischen Erkenntnisarten ergibt sich für ihn die Möglichkeit, die genaue Kreisquadratur zwar abzulehnen (»Nicht mehr angebbare Sehne«), aber eine solche näherungsweise, die im erwähnten *Sensus*, das heißt in der Sinneserkenntnis bleibt, durchzuführen: »Und deshalb läßt sich dieser Fehler auch nicht beheben, da er nur durch eine höhere Einsicht und keineswegs durch einen sichtbaren Versuch faßbar ist«⁵⁰. Dabei bedeutet »Fehler« die Abweichung des von Cusanus ermittelten Verhältnisses des Durchmessers zum Umfang eines Kreises vom genaueren Wert.

Abschließend soll kurz ein aus dieser approximationsmathematischen Konzeption folgender Ansatz erwähnt werden, der einen wesentlichen Beitrag zur Entwicklung der mathematischen Denkweise der auf Nikolaus von Kues folgenden Zeit geliefert hat: es ist die Entwicklung des mathematischen Grenzwertbegriffes⁵¹. Wir finden bei Nikolaus zunächst die folgende Formulierung: »Zu einem gegebenen Kreis läßt sich ein größeres Quadrat geben – größer, jedoch nicht um einen rationalen Bruchteil; und zu jedem so gegebenen Quadrat läßt sich ein anderes geben, das dem Kreis näher kommt, aber keines, das ihm genau gleich ist«⁵². Gemeint sind hier Flächeninhalte und »geben« heißt soviel wie konstruieren. Die Aussage »nicht um einen rationalen Bruchteil« bedeutet offenbar, daß man die Abweichung der Fläche des Kreises von der eines dazu konstruierten Quadrates nicht zahlenmäßig genau, das

⁴⁸ *De coni.* II, 1 (P I, fol. 51^r).

⁴⁹ *De mathematica perfectione: Die mathematischen Schriften*, S. 161f.

⁵⁰ *De circuli quadratura: Die mathematischen Schriften*, S. 50.

⁵¹ Näheres hierzu, wie auch zu einigen Ergebnissen der cusanischen Quadraturen wird in dem eigens der Problemgeschichte der Kreisquadratur gewidmeten Beitrag von N. Stuloff erscheinen: MFCG 5 (1965).

⁵² *De circuli quadratura: Die mathematischen Schriften*, S. 40.

heißt hier also nicht durch rationale Zahlen erfassen kann, denn sonst wäre ja der Kreis quadrierbar. Noch tiefer liegt seine Aussage, daß man »zu jedem gegebenen Quadrat ein anderes geben kann, das dem Kreis näher kommt«: Das bedeutet in moderner mathematischer Sprachweise, daß man eine Folge von Quadraten angeben kann, deren Flächeninhalte immer kleiner werden, denn man kann ja dieses »andere« Quadrat des cusanischen Textes ja wieder als Ausgangsquadrat betrachten und nun dieselbe cusanische Aussage auf das letztgenannte nochmals anwenden, so daß man nun ein weiteres Quadrat erhält, dessen Inhalt dem Kreis noch näher kommt. So fortfahrend, gelangt man zu der soeben erwähnten *monoton* abnehmenden Folge. Da aber jedes Quadrat dieser Folge größer bleibt als der vorgegebene Kreis, so spricht man in der Mathematik im vorliegenden Falle von einer *beschränkten* Folge. In der Analysis beweist man nun, daß monotone und beschränkte Folgen *konvergieren*, das heißt sie streben einem *Grenzwert* zu, so daß die cusanische Folge von Quadraten konvergiert. Verfolgen wir jetzt aber die erwähnte Schrift *De circuli quadratura* weiter, so findet sich einige Seiten später der folgende Text: »Was man aber bei der Verwandlung von Figuren in zahlenmäßig nicht erfaßbare Verhältnisse ohne letzte Genauigkeit, jedoch im Bereich eines jeden wahrnehmbaren oder angebbaren Fehlers auch von kleinstem rationalen Betrag wissen kann, das habe ich in dem Dargelegten klargemacht«⁵³. Es spricht hieraus die Möglichkeit der Vorgabe eines beliebig kleinen Fehlers, das heißt einer beliebig kleinen Abweichung des zu großen Quadrates vom Kreis. Wenn wir nun mit unserer derzeitigen mathematischen Denkweise, von den zitierten Ansätzen ausgehend, versuchen würden weiter zu schließen, so würde das bedeuten, daß nach Vorgabe einer beliebig kleinen positiven Zahl sich ein solches Quadrat der vorhin betrachteten cusanischen Folge angeben läßt, dessen Abweichung (der Fläche nach) und die aller folgenden Quadrate von dem gegebenen Kreis kleiner ist als diese Zahl. Anders ausgedrückt: die Folge dieser Quadrate konvergiert gegen ein solches Quadrat, das dem Kreis flächengleich ist, die Folge der Inhalte dieser Quadrate hat den Kreisinhalt zum Grenzwert. Damit sind wir aber, ausgehend von den cusanischen Formulierungen, unter Zuhilfenahme moderner mathematischer Methoden weiter schließend, beim modernen Grenzwertbegriff angelangt. Es durfte einer fast 400 Jahre währenden Entwicklung, bis A. L. Cauchy⁵⁴ im 19. Jahrhundert eine systematische Grenzwerttheorie begründet hatte, wie wir sie heute unserer Infinitesimalanalysis zugrunde legen. Gewiß war Nikolaus von Kues nicht im Besitz des

⁵³ *De circuli quadratura: Die mathematischen Schriften*, S. 49.

⁵⁴ A. L. CAUCHY, *Cours d'Analyse*, Paris 1821.

Cauchyschen Grenzwertbegriffs in seiner vollen Allgemeinheit, unumstritten liegt aber in den soeben zitierten Formulierungen der mathematikhistorisch so bedeutungsvolle Keim für eine darauffolgende große Entwicklung, die in Cauchy mündete; jene Formulierungen treten uns aber in solch klaren Worten im abendländischen Kulturbereich erstmalig bei Nikolaus von Kues entgegen.